1. **Принципы управления Кла****ссификация систем управления**
2. Принцип разомкнутого цикла.
3. [Прин](#Принцип_замкнутого_цикла_принцип_обратн)[цип за](#Принцип_замкнутого_цикла_принцип_обратн)[м](#Принцип_замкнутого_цикла_принцип_обратн)[к](#Принцип_замкнутого_цикла_принцип_обратн)[нут](#Принцип_замкнутого_цикла_принцип_обратн)[ого](#Принцип_замкнутого_цикла_принцип_обратн) [цикла или принцип обратной связи.](#Принцип_замкнутого_цикла_принцип_обратн)
4. [Комбинированный принцип.](#Комбинированный_принцип)
5. [Принцип ад](#Принцип_адаптации)[а](#Принцип_адаптации)[п](#Принцип_адаптации)[тации.](#Принцип_адаптации)

**Принцип разомкнутого цикла -** требуемый закон управления формируется только на основе цели управления в соответствии с задающим воздействием. Управление, реализующее данный принцип, называется управлением по задающему воздействию. Система, построенная по этому принципу, является разомкнутой или незамкнутой.

Функциональная схема разомкнутой системы изображена на рис.1.1.



Рис. 1.1. Функциональная схема разомкнутой системы

Элементы системы:

ОУ – объект управления;

ЗУ – задающее устройство;

R – регулятор.

Координаты (переменные) системы:

g(t) – задающее воздействие;

y(t) – управляемая (регулируемая) величина;

f(t) – возмущающее воздействие;

u(t) – управляющее воздействие.

**Объект управления** - это техническое устройство или технологический процесс, некоторые физические величины которого поддерживаются неизменными или подлежат целенаправленным изменениям. **Задающее** **устройство** предназначено для формирования цели управления путем выработки задающего воздействия.  **Регулятор** служит для формирования закона управления, в соответствии с которым выдает управляющее воздействие, прикладываемое к объекту управления для перевода последнего в требуемое состояние.

Входными величинами системы являются соответственно задающее и возмущающее воздействия. **Задающее воздействие** - это воздействие, определяемое целью управления, в соответствии с которым должна изменяться управляемая величина. **Возмущающее воздействие** представляет собой воздействие внешней среды на объект управления и, как правило, оказывает на него негативное влияние. Оно бывает объективно существующим и случайным. Выходной координатой системы является **управляемая или регулируемая величина**. Эта величина характеризует состояние объекта управления и подлежит стабилизации или изменению заданным образом в соответствии с целью управления. Для того чтобы управляемая величина принимала требуемые значения, необходимо к объекту управления приложить воздействие u(t) – управляющее воздействие. **Управляющее воздействие** формируется регулятором и прикладывается к объекту управления для того, чтобы последний перешел в нужное состояние. Следовательно, задача управления и состоит в формировании управляющего воздействия.

В разомкнутой системе, как следует из принципа разомкнутого цикла и функциональной схемы (рис.1.1), регулятор формирует управляющее воздействие только на основе задающего воздействия, т.е.

u(t) = F[g(t)]. (1.1)

Выражение (1.1) представляет собой закон управления разомкнутой системы.

**Закон управления** - это алгоритм или функциональная зависимость, в соответствии с которой регулятор формирует управляющее воздействие.

Процесс работы разомкнутой системы не зависит непосредственно от результата ее воздействия на управляемый объект. Отсюда главный недостаток разомкнутой системы - низкая точность работы.

По разомкнутому принципу работают многие известные всем автоматы, например, часы, банкомат, автомат, выбрасывающий какие-либо определенные предметы (билеты, шоколад) при опускании в него определенной комбинации монет и т.д. Примером такой системы может служить система управления стрельбой из ружья или артиллерийского орудия.

**Принцип замкнутого цикла (принцип обратной связи) -** закон управления формируется на основе отклонения управляемой величины от задающего воздействия. Такое управление называется управлением по отклонению, при котором управляемая величина оказывает влияние на управляющее воздействие. Система, реализующая этот принцип, называется замкнутой или системой управления с обратной связью.

Функциональная схема замкнутой системы изображена на рис. 1.2.

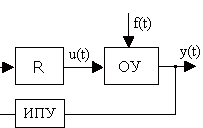
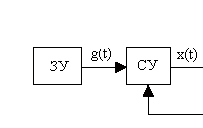


Рис. 1.2. Функциональная схема замкнутой системы

Элементы системы:

ОУ – объект управления;

ЗУ – задающее устройство;

ИПУ - измерительно-преобразовательное устройство;

СУ - сравнивающее устройство;

R – регулятор.

Координаты (переменные) системы:

g(t) – задающее воздействие;

y(t) – управляемая (регулируемая) величина;

f(t) – возмущающее воздействие;

x(t) - рассогласование (ошибка);

u(t) – управляющее воздействие.

Для получения замкнутой системы требуется разомкнутую систему “замкнуть” путем введения в нее дополнительных устройств: измерительно-преобразовательного и сравнивающего. **Измерительно-преобразовательное устройство** служит для измерения (наблюдения) управляемой величины и преобразования к виду, удобному для обработки и передачи. ИПУ реализует [о](#Обратная_связь)[братную связь](#Обратная_связь), то есть связь причины и следствия, которая позволяет формировать управляющее воздействие с учетом результата управления. **Сравнивающее устройство** предназначено для сравнения управляемой величины с задающим воздействием и выдачи результата сравнения в виде сигнала рассогласования

x(t) = g(t) - y(t). (1.2)

**Рассогласование** представляет собой отклонение управляемой величины от задающего воздействия, т.е. является ошибкой системы, и служит источником формирования регулятором управляющего воздействия. Следовательно, закон управления в замкнутой системе является функцией рассогласования

u(t) = F[x(t)]. (1.3)

Управляющее воздействие прикладывается к объекту управления до тех пор пока x(t)→0.

Таким образом, замкнутая система работает так, чтобы все время сводить к нулю рассогласование x(t).

Принцип замкнутого цикла (обратной связи) – основной принцип управления. Он лежит в основе подавляющего большинства систем управления, так как решающую роль при управлении играет информация о результатах управления.

Основным достоинством замкнутых [систем](#Система) является их высокая точность, однако быстродействие их ниже, чем у разомкнутых систем.

Примерами замкнутых систем могут служить: система стабилизации температуры в холодильнике, автопилот, система самонаведения снаряда на цель, система обучения в высшей школе и т.д.

**Комбинированный принцип з**аключается в сочетании принципов разомкнутого и замкнутого циклов в одной системе. Такое управление, сочетающее в себе управление по задающему воздействию и отклонению, называется комбинированным управлением. Оно обеспечивает высокую точность и высокое быстродействие. Система, реализующая комбинированный принцип, называется комбинированной.

Функциональная схема комбинированной системы представлена на рис. 1.3.

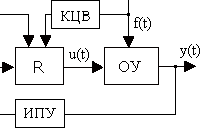
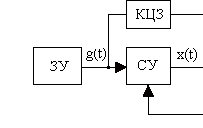


Рис. 1.3. Функциональная схема комбинированной системы

Для реализации комбинированной системы в замкнутую систему требуется включить дополнительные функциональные элементы: КЦЗ и КЦВ.

КЦЗ – компенсирующая цепь по задающему воздействию, позволяет скомпенсировать ошибку работы системы от задающего воздействия.

КЦВ – компенсирующая цепь по возмущающему воздействию, позволяет скомпенсировать негативное влияние возмущающего воздействия на работу системы.

Компенсирующие цепи представляют собой дифференцирующие устройства и служат для прогнозирования входных воздействий системы, что позволяет системе работать с предвидением. Благодаря этому, комбинированные системы обладают повышенной точностью и быстродействием.

Из функциональной схемы следует, что закон управления комбинированной системы имеет вид:

u(t) = F[x(t),g(t),f(t)]. (1.4)

В общем случае управляющее воздействие в комбинированной системе является функцией рассогласования, задающего и возмущающего воздействий. Кроме того, можно сделать комбинированную систему только по задающему воздействию, если

u(t) = F[x(t),g(t)], (1.5)

и только по возмущающему воздействию, если

u(t) = F[x(t),f(t)]. (1.6)

Комбинированное управление позволяет реализовывать инвариантные к внешним воздействиям системы управления.

**Принцип адаптации** заключается в том, что системы, реализующие этот принцип, в процессе работы приспосабливаются, адаптируются к изменяющимся внешним условиям. Такое управление называется адаптивным, а системы, работающие в соответствии с данным принципом, называется адаптивными и являются самыми совершенными. Адаптивные системы имеют в своем составе, как правило, дополнительные блоки и контуры для анализа показателей качества процесса управления или внешних условий, по которым необходима адаптация.

Адаптивные системы разделяются на экстремальные, самонастраивающиеся и самоорганизующиеся.

**Экстремальные системы или системы с самонастройкой программы.** Это системы, которые сами ищут наивыгоднейшую программу, т.е. то значение управляемой величины, которое нужно в данный момент выдерживать, чтобы режим работы объекта управления был наилучшим по какому-либо параметру. При этом имеется в виду не выбор закона управления, а автоматическая установка задающего воздействия, такого, при котором обеспечивается наивыгоднейшее значение управляемой величины при изменяющихся внешних условиях работы системы. Таким образом, на экстремальную систему накладывается дополнительная задача автоматического поиска наивыгоднейшего значения требуемой управляемой величины, т.е. самой программы управления.

На рис. 1.4 приведена функциональная схема экстремальной системы.

Для получения экстремальной системы в замкнутую систему дополнительно включают УАПЭ - устройство автоматического поиска экстремума, которое анализирует параметр объекта управления ρ, определяющий его режим работы, и воздействует на задающее устройство с целью изменения задающего воздействия g(t) для обеспечения наивыгоднейшего режима работы объекта управления. Анализ параметра ρ и изменение задающего воздействия g(t) осуществляется до тех пор, пока ρ (параметр объекта управления, который оптимизируется) не примет экстремальное значение.

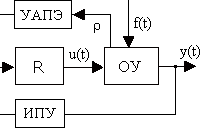
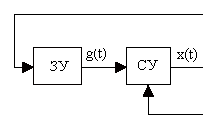


Рис. 1.4. Функциональная схема экстремальной системы

Примерами экстремальных систем могут служить: система автоматического поддержания максимальной скорости проходки скважины турбобуром при меняющихся свойствах грунта; автоматические системы управления различными производственными процессами, поддерживающие наивыгоднейший режим работы станков; система поддержания наивыгоднейшей скорости движения автомобиля, соответствующей минимуму расхода горючего на единицу длины пути и т.д.

**Самонастраивающиеся системы с самонастройкой параметров.** Это такие системы, в которых автоматически, не заданным заранее образом, в процессе работы в соответствии с изменением внешних условий изменяются какие-нибудь параметры регулятора таким образом, чтобы заданное качество работы системы сохранялось или обеспечивалось максимальное качество, возможное в данных реальных условиях. Эти системы работают по принципу самообучения. В процессе работы они изучают объект управления и обучаются управлять им наилучшим образом.

Простейшими самонастраивающимися системами являются системы ссамонастройкой параметров регулятора по задающему и возмущающему воздействиям (рис.1.5). Эти системы содержат в своем составе анализатор А для анализа задающего и возмущающего воздействий и контур настройки регулятора КН для настройки параметров регулятора в соответствии с заданным критерием.

Примерами самонастраивающихся систем могут служить радиотехнические системы с контурами автоматических регулировок усиления (АРУ) и подстроек частоты (АПЧ).

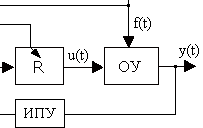
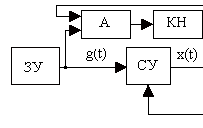


Рис. 1.5. Функциональная схема самонастраивающейся системы

**Самоорганизующиеся системы или системы с самонастройкой структуры.** Это системы, которые наилучших режимов работы достигают не изменением параметров регулятора, а путем изменения самой структуры регулятора не заданным заранее образом. В самоорганизующуюся систему закладывается лишь тот или иной определенный критерий качества работы системы или комбинация критериев для различных внешних условий работы системы. Система сама путем автоматического поиска выбирает такую структуру (из возможных, имеющихся в ее распоряжении), при которой удовлетворяется заданный критерий качества работы всей системы.

Примером систем с самонастройкой структурыявляютсядвухотсчетные системы, получившие широкое распространение. Эти системы имеют в своем составе два измерительных канала: грубого и точного отсчетов. Нужный измерительный канал выбирается системой в зависимости от величины рассогласования.

Кроме чисто технических автоматических систем аналогичные принципы действия заложены и в биологических системах, экономических системах и т.п., что изучается соответствующими направлениями кибернетики и общей теории систем управления.

**1.2. Классификация систем управления**

Основные классы систем управления:

1. По принципу действия:

а) разомкнутые системы;

б) замкнутые системы;

в) комбинированные системы;

г) адаптивные системы

2. По виду задающего воздействия g(t):

а) системы стабилизации, если g(t)=const;

б) системы программного управления, если g(t) – наперед заданная функция времени;

в) следящие системы, если g(t) – случайная величина.

3. По математическому описанию:

а) линейные системы;

б) нелинейные системы.

Линейные системы - это системы, которые описываются линейными уравнениями (алгебраическими и дифференциальными или разностными). Если система описывается обыкновенными линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, то систему называют обыкновенной линейной системой. Закон управления линейной системы формируется линейными математическими операциями.

Необходимые и достаточные условия линейности системы:

1. в установившемся процессе выходной сигнал должен в некотором масштабе повторять входной сигнал;
2. сумме двух входных воздействий должна соответствовать сумма соответствующих выходных переменных.

К линейным системам применим принцип суперпозиции, в соответствии с которым выходной сигнал линейной системы на любое произвольное входное воздействие можно определить через ее реакцию на определенное элементарное воздействие.

Нелинейные системы описываются нелинейными дифференциальными уравнениями. Закон управления в такой системе представляет собой нелинейную функцию.

4. По характеру передачи сигналов:

а) непрерывные системы, такие, у которых все координаты или переменные являются непрерывными функциями времени;

б) дискретные системы - это системы, в составе которых имеется хотя бы один квантователь сигналов по времени.

5. По реакции системы на входное воздействие:

а) детерминированные системы - это системы, отвечающие на один и тот же входной сигнал всегда одним и тем же вполне определенным выходным сигналом;

б) стохастические системы - это системы, у которых реакция на входное воздействие представляет собой случайный выходной сигнал в соответствии с некоторым распределением вероятностей;

в) стационарные системы - это системы, реакция которых не зависит от момента времени подачи входного воздействия;

г) нестационарные системы - системы, реакция которых зависит от момента приложения входного воздействия.

6. По виду используемой энергии:

а) электрические системы, обладают удобством и легкостью обработки и передачи информации;

б) пневматические системы, используют энергию сжатого газа и обеспечивают высокое быстродействие;

в) гидравлические системы, используют энергию жидкости и обеспечивают высокую мощность;

г) электропневматические системы;

д) электрогидравлические системы.

7. По числу управляемых величин.

а) одномерные системы, имеют одну управляемую величину;

б) многомерные или многосвязные системы - это системы, имеющие много входов и выходов.

**2. Структура и основные элементы системы автоматическ****ого управления**

Система управления – это комплекс взаимосвязанных элементов, участвующих в процессе управления, представляет собой совокупность объекта управления, регулятора и датчика рассогласования. Типовая автоматическая система может быть представлена в следующем виде (рис.1.6).

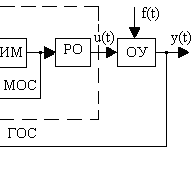
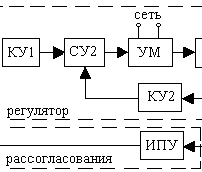
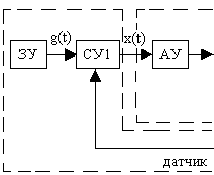


Рис. 1.6. Функциональная схема типовой автоматической системы

Координаты (переменные) системы:

g(t) –задающее воздействие;

y(t) – управляемая величина;

f(t) – возмущающее воздействие;

x(t) = g(t) - y(t) – рассогласование;

u(t) – управляющее воздействие.

Функциональные элементы системы:

ОУ – объект управления;

ЗУ – задающее устройство;

ИПУ – измерительно-преобразовательное устройство;

СУ1, СУ2 – сравнивающие устройства;

РО – регулирующий орган, представляет собой техническое устройство, которое действует на объект управления и непосредственно изменяет управляемую величину y(t);

ИМ – исполнительный механизм, представляет собой техническое устройство, воздействующее на регулирующий орган; в состав исполнительного механизма, как правило, входит какой-либо двигатель;

УМ – усилитель мощности, представляет собой техническое устройство, которое питает энергией исполнительный механизм;

АУ – амплитудный усилитель, устройство, обеспечивающее требуемую чувствительность системы и, в конечном счете, точность ее работы;

КУ1, КУ2 – корректирующие устройства, включаются в систему для того, чтобы сформировать требуемый закон управления для реализации заданного качества управления;

ГОС – главная [обратная связь](#Обратная_связь), реализуется измерительно-преобра-зовательным устройством и обеспечивает передачу информации об управляемой величине на вход системы;

МОС – местная или внутренняя [обратная связь](#Обратная_связь).

В настоящее время для управления широко используется вычислительная техника, которая позволяет программно реализовать задающее устройство, амплитудный усилитель, сравнивающие и корректирующие устройства. Остальные функциональные элементы реализуются аппаратно.

ЗУ, ИПУ и СУ1 образуют датчик рассогласования ДР. Все остальные функциональные элементы за исключением объекта управления составляют регулятор R. Регулятор, в котором датчик рассогласования может непосредственно (без дополнительного источника энергии) воздействовать на регулирующий орган, называется регулятором прямого действия.

Любую систему управления, рассматриваемую как совокупность объекта управления ОУ, датчика рассогласования ДР и регулятора R, можно изобразить в виде упрощенной функциональной схемы (рис. 1.7).

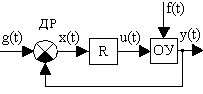


Рис. 1.7. Функциональная схема системы

Элементы системы:

ОУ – объект управления;

ДР - датчик рассогласования;

R – регулятор.

Координаты (переменные) системы:

g(t) – задающее воздействие;

y(t) – управляемая (регулируемая) величина;

f(t) – возмущающее воздействие;

x(t) - рассогласование (ошибка);

u(t) – управляющее воздействие.

Еще в более общем виде систему управления можно рассматривать как ”черный ящик” (рис. 1.8), преобразующий задающее воздействие в управляемую величину.



Рис. 1.8. Кибернетическая [модель](#Модель) системы управления

При таком представлении система задается оператором А, устанавливающим связь между входом и выходом:

y(t) = A{g(t)}, (1.7)

где A – оператор системы.

**3. Линеаризация дифференциальных уравнений(ХУЕТА КАКАЯ-ТО НЕ ЗНАЮ, ЧТО НУЖНО БУДЕТ В ЭТОМ ВОПРОСЕ ПОКАЗАТЬ. ПРИМЕР???? ПОСМОТРИ)**

Подавляющее большинство реальных элементов имеют нелинейные характеристики и, следовательно, описываются нелинейными дифференциальными уравнениями. Однако, многие нелинейные элементы можно линеаризовать, то есть заменить нелинейные уравнения элемента приближенными линейными. Это позволяет для анализа и синтеза [систем](#Система) управления использовать методы теории линейных систем, которые наиболее просты и хорошо разработаны. В основе линеаризации нелинейных уравнений лежит предположение, что в исследуемом динамическом процессе переменные координаты системы изменяются таким образом, что их отклонения от установившихся значений остаются все время достаточно малыми величинами. Это условие выполняется для замкнутых систем, так как последние работают по принципу ликвидации ошибки.

Геометрическая трактовка линеаризации. Изобразим графически нелинейную зависимость (рис. 2.1)

y(t) = F(x(t)) . (2.1)

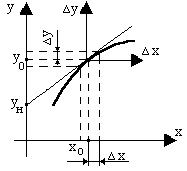


Рис. 2.1. Геометрическая интерпретация линеаризации

Текущие значения координат y и x запишем как

y(t) = y0 + Δy(t);

x(t) = x0 + Δx(t);

где y0, x0 – установившиеся значения, Δy, Δx – их отклонения от установившихся значений.

В рабочей точке ( x0, y0), определяемой установившимися значениями, заменим участок кривой касательной и получим прямую, описываемую линейным уравнением

y = yн + kx ,

где yн - постоянная величина;

- коэффициент, определяемый наклоном касательной к кривой в рабочей точке ( x0, y0).

Для исключения из уравнения величины yн перенесем начало координат в рабочую точку. Тогда получим линейное уравнение, связывающее между собой отклонения переменных величин от своих установившихся значений, вида

Δy(t) = k Δx(t) . (2.2)

Таким образом, линеаризация уравнения геометрически может трактоваться как замена первоначальной кривой на касательную к ней прямую в точке установившегося режима. Очевидно, что эта замена тем точнее, чем меньше величины отклонений координат элемента от своих установившихся значений в исследуемом динамическом процессе.

В общем случае при составлении уравнения динамики элемента системы (рис. 2.2), имеющего входную величину x, выходную - y и внешнее воздействие f, получается динамическое уравнение произвольного нелинейного вида

 (2.3)

Рис. 2.2. Элемент автоматической системы

Допустим, что установившиеся значения переменных y, x и f являются постоянными величинами y0, x0, f0, характеризующими установившийся режим и определяющими рабочую точку элемента.

Тогда для текущих координат можно записать

y(t) = y0 + Δy(t);

x(t) = x0 + Δx(t);

f(t) = f0 + Δf(t);

где Δy, Δx, Δf – отклонения y, x, f от своих установившихся значений.

Из (2.3) получается уравнение статики

F(y0) = G(x0, f0) . (2.4)

Для линеаризации уравнения (2.3) последнее раскладывают в ряд Тейлора по степеням отклонений всех координат элемента от своих установившихся значений. Тогда уравнение (2.3) примет вид

+ (члены высшего порядка малости). (2.5)

Вычитая из последнего уравнения (2.5) уравнение статики (2.4) и отбросив все последующие члены разложения как малые высшего порядка, придем к линейному уравнению динамики элемента

 (2.6)

Здесь нижний индекс “0” обозначает, что значения частных производных должны быть определены в точке установившегося режима элемента.

Это дифференциальное уравнение, так же как и (2.3), описывает тот же динамический процесс в том же элементе автоматической системы. Сравним (2.3) и (2.6):

уравнение (2.3) - точное, а уравнение (2.6) - приближенное, ибо в процессе его получения были отброшены малые высшего порядка;

уравнение (2.3) записано относительно переменных величин элемента, а уравнение (2.6) - относительно отклонений переменных от своих установившихся значений;

уравнение (2.3) - нелинейное, уравнение (2.6) - линейное относительно отклонений, коэффициенты которого определяются рабочей точкой элемента, то есть его установившимися значениями; при смене рабочей точки эти коэффициенты изменяются.

Таким образом, цель получения линейного дифференциального уравнения взамен прежнего нелинейного достигнута. Уравнение (2.6) называется дифференциальным уравнением элемента в отклонениях.

*Ограничение метода*. Данным методом могут быть линеаризованы уравнения элементов, статические характеристики которых в окрестности точки установившегося режима гладкие, то есть их производные непрерывны и однозначны. Не могут быть линеаризованы уравнения элементов с негладкими, неоднозначными и имеющими разрывы в окрестности точки установившегося режима статическими характеристиками.

*Замечание:* в дальнейшем будем использовать только линеаризованные уравнения, записанные относительно отклонений от установившихся значений переменных, однако для сокращения записи знак “Δ” будем опускать.

*Пример*. Электромагнитный момент M электродвигателя постоянного тока с независимым возбуждением определяется нелинейным уравнением

M = c Iя Iв,

где c - постоянный коэффициент;

Iя, Iв - токи, протекающие в цепях якоря и возбуждения.

Решение. Линеаризуем выражение для M разложением в ряд Тэйлора и учетом лишь линейных составляющих ряда. В результате получим соотношение для малых приращений

(∂M/∂M)0 ΔM = (∂(c Iя Iв)/∂Iя)0 ΔIя + (∂(c Iя Iв)/∂Iв)0 ΔIв.

Откуда следует

ΔM = c Iв0 ΔIя+ c Iя0 ΔIв .

Здесь нижним индексом “0” обозначены установившиеся значения переменных, относительно которых изменяются их приращения.

**4. Формы записи линеаризованных уравнений(АНАЛОГИЧНО ПРЕДЫДУЩЕМУ. НЕ ЕБУ)**

В теории управления принято записывать дифференциальные уравнения в двух [стандартных формах](#Первая_стандартная_форма_записи).

В общем виде линеаризованное дифференциальное уравнение, описывающее элемент, можно записать следующим образом

 (2.7)

где y(t), x(t), f(t) - выходная и входная величины элемента и внешнее воздействие;

ai, bi, ci - постоянные коэффициенты;

n - порядок уравнения, причем ( n≥m,k ); это условие физической реализуемости элемента, показывающее, что сигнал на выходе реального элемента не может возникнуть раньше подачи воздействия на его вход, т.е.

y(t) = 0 при t < 0, 

Уравнение (2.7) удобнее записывать в символическом виде, введя алгебраизированный символ дифференцирования . В результате уравнение примет вид

(a0pn + a1pn -1 +…+an-1p+an) y(t) =

= (b0pm +b1pm-1 +…+bm) x(t) + (c0pk +c1pk-1 +…+ck) f(t) . (2.8)

Коэффициенты уравнения имеют размерности:

ai [cn-i]; bi ; ci .

В общем случае в соответствии с (2.8) уравнение элемента можно представить в форме

D(p) y(t) = N(p) x(t) + M(p) f(t) . (2.9)

При этом

;  ;  -

полиномы степени n, m, k от символа дифференцирования p.

**Первая стандартная форма записи**. Дифференциальное уравнение записывают так, чтобы выходная величина и ее производные находились в левой части уравнения, а входные величины и все остальные члены - в правой. Кроме того, принято, чтобы сама выходная величина входила в уравнение с коэффициентом единица. Чтобы привести уравнение (2.8) к такому виду, разделим левую и правую его части на an  и получим



При записи уравнения в первой стандартной форме (2.10) получившиеся коэффициенты:

Тn , Тn-1 ,…, Т1 называются постоянными времени, они имеют размерность времени [с] и характеризуют инерционные свойства элемента; а

k1, … , km+1, km+2, … , km+k+2

называются коэффициентами передачи. Они представляют собой весовые коэффициенты, показывающие какой вклад в формирование выходной величины элемента вносит каждое слагаемое правой части уравнения.

**Вторая стандартная форма записи.** Для решения дифференциальных уравнений широкое распространение получил операторный метод, при использовании которого задача нахождения решения дифференциального уравнения сводится к алгебраическим действиям. Чтобы перейти от исходного дифференциального уравнения элемента при нулевых начальных условиях к операторному, необходимо в дифференциальном уравнении вместо реальных функций времени записать их изображения по Лапласу, а в полиномах символ дифференцирования p заменить на оператор Лапласа s.

Применив к дифференциальному уравнению (2.9) преобразование Лапласа, получим

D(s)Y(s) = N(s) X(s) + M(s) F(s) , (2.11)

где s – оператор Лапласа;

Y(s), X(s), F(s) - изображения по Лапласу выходной и входной величин элемента и внешнего воздействия;

; ; 

полиномы степени n, m, k от оператора Лапласа s.

Оператор Лапласа s представляет собой комплексную величину, причем s=c+jω, где:

c=Re s - абсцисса абсолютной сходимости;

ω=Im s –угловая частота, имеющая размерность [рад/с];

Для перехода от реальных функций времени - оригиналов к их изображениям по Лапласу и наоборот введены прямое и обратное интегральные преобразования вида:

 ,

 .

На практике для этих целей используют специальные таблицы [[1](#lit1),[7](#lit7)], фрагмент такой таблицы приведен ниже.

Т а б л и ц а 2.1

##### Преобразование Лапласа

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Наименование | Оригинал | Изображение |
| 1 | 2 | 3 |
| Свойство линейности | a1f1(t)+a2f2(t) | a1F1(s)+a2F2(s) |
| Теорема подобия | f(at) |  |
| Теорема запаздывания | f(t-τ) | e-τs F(s) |
| Теорема смещения | e-αtf(t) | F(s+α) |

Продолжение табл.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 |
| Правило дифференцирования | f(n)(t) | sn F(s) |
| Правило интегрирования | ∫∫∫…f(t)dtn |  |
| Теорема о конечном значении | f(∝) |  |
| Теорема о начальном значении | f(0) |  |
| Единичная импульсная функция | δ(t) | 1 |
| Единичная ступенчатая функция | 1(t) |  |
| Степенная функция | tn ×1(t) |  |
| Экспонента | e-αt ×1(t) |  |
| Смещенная экспонента | (1-e-αt)×1(t) |  |
| Синусоида | Sin ωt×1(t) |  |

Уравнения (2.9) и (2.11) формально совпадают между собой. Однако уравнение (2.9) является дифференциальным, куда входят реальные функции времени, а уравнение (2.11) - алгебраическим относительно изображений функций времени по Лапласу.

После ввода следующих обозначений:

; 

уравнение (2.11) примет вид, являющийся второй стандартной формой записи

Y(s) = Wx(s) X(s) + Wf(s) F(s) . (2.12)

Выражения Wx(s) и Wf(s) в теории управления называются передаточными функциями.

Если f(t) = 0, то F(s) = 0 и тогда  - передаточная функция элемента по входу Х.

Eсли x(t)=0, то X(s)=0 и тогда  - передаточная функция элемента по входу F.

**Передаточная функция** элемента по заданному входу есть отношение изображений по Лапласу его выходной и входной величин при нулевых начальных условиях и равных нулю воздействиях на остальных входах элемента.

Передаточная функция имеет важное основополагающее значение в классической теории управления. Она устанавливает связь в динамическом режиме между выходной и входной величинами элемента и полностью характеризует его динамические свойства.

Понятие передаточной функции весьма удобно при анализе так называемых структурных схем. Так, например, элемент, изображенный на рис. 2.2, после линеаризации можно представить в виде структурной схемы, показанной на рис. 2.3.



Рис. 2.3. Структурная схема элемента

Передаточные функции элементов или отдельных участков схемы позволяют легко получить общее уравнение всей системы, а в случае необходимости перейти к дифференциальному уравнению.

*Замечание:* в литературе часто оператор Лапласа обозначается буквой p.

**5. Характеристики линейных звеньев**

Под динамическим звеном понимается устройство любого физического вида и конструктивного оформления, но имеющее определенное математическое описание.

Характеристика звена - это его реакция на определенное входное воздействие. Для линейных звеньев и линейных систем в целом характеристика полностью определяет их динамические свойства, так как к линейным звеньям и системам применим принцип суперпозиции, позволяющий по реакции линейного элемента на какое-либо известное воздействие найти его реакцию на воздействие произвольного вида.

В качестве входных воздействий, на которые ищется реакция звена, приняты воздействия, описываемые элементарными математическими функциями, то есть такими, на которые можно разложить любые произвольные функции. В теории управления в качестве элементарных функций используются:

1) единичная импульсная или дельта-функция δ(t);

2) единичная ступенчатая функция 1(t);

3) гармоническая функция X0sin(ωt).

Существуют временные (импульсная и переходная функции) и частотные характеристики.

**Импульсная или весовая функция звена w(t).** Импульсная или весовая функция представляет собой реакцию звена на единичную импульсную функцию.

Единичной импульсной функцией или δ-функцией называется функция, равная нулю всюду, кроме начала координат, но притом так, что интеграл от нее по любому интервалу, содержащему нуль, равен единице, т.е.



Кроме того, при любом ε>0.

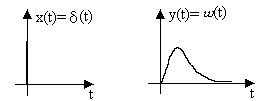


Рис. 3.1. Временные диаграммы входного и выходного сигналов звена

Иначе говоря, весовая функция w(t) представляет собой переходный процесс на выходе звена (рис. 3.1) при подаче на его вход единичного импульса.

Весовой функцией звена w(t) называется оригинал (т.е. обратное преобразование Лапласа) передаточной функции, а именно:

 (3.1)

где si - все полюса (корни знаменателя) передаточной функции W(s). В этой формуле Res обозначает вычеты.

Зная импульсную функцию w(t), можно найти реакцию звена на любое входное воздействие x(t), разложение которого на δ-функции имеет вид:

. (3.2)

При этом сигнал на выходе линейного звена определяется как

, (3.3)

где τ - вспомогательное время интегрирования.

Имея весовую функцию звена w(t), можно определить его передаточную функцию:

 . (3.4)

**Переходная функция звена h(t).** Переходная функция представляет собой реакцию звена на единичную ступенчатую функцию, удовлетворяющую условию



Как видим (рис. 3.2), переходная функция является переходным процессом на выходе звена при единичном скачке на его входе.

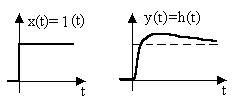


Рис. 3.2. Временные диаграммы входного и выходного сигналов звена

Из рассмотренного выше для линейных звеньев очевидны следующие соотношения между импульсной и переходной функциями. Поскольку

, то ,

и, наоборот,

, то .

Переходная функция звена связана с передаточной функцией преобразованием Карсона, т.е. имеется следующее интегральное преобразование:

. (3.5)

Весовая и переходная характеристики являются функциями времени и поэтому относятся к временным характеристикам.

**Частотные характеристики звена.** Частотными характеристиками называются формулы и графики, характеризующие реакцию звена на гармоническое входное воздействие в установившемся режиме, т.е. вынужденные синусоидальные колебания звена.

Если на вход линейного звена подать гармоническое воздействие

x(t)=X0sin(ωt),

где X0 - амплитуда,

ω - угловая частота, имеющая размерность [рад/с] или [c-1 ],

то, как следует из необходимых и достаточных условий линейности, на выходе звена в установившемся режиме будет также гармоническая функция той же частоты, но, в общем случае, другой амплитуды Y0 и сдвинутая по фазе относительно входной величины на угол ψ

y(t)=Y0sin(ωt+ψ).

Связь между выходной гармоникой и входной устанавливается с помощью частотной передаточной функции звена W(jω).

**Частотная передаточная функция** является важнейшей динамической характеристикой звена и представляет собой отношение изображений по Фурье выходного и входного сигналов при нулевых начальных условиях и равных нулю воздействиях на остальных входах:

 (3.6)

Из сравнения преобразований Фурье и Лапласа следует, что частотную передаточную функцию звена легко получить из его передаточной функции путем замены s на jω, т.е.

 (3.7)

Частотная передаточная функция W(jω), как видно, представляет собой комплексное число, которое можно записать как в полярной, так и декартовой системах координат:

W(jω) = A(ω)= U(ω) + jV(ω), (3.8)

где А(ω) - модуль или амплитуда частотной передаточной функции, представляющий собой отношение амплитуды выходной величины к амплитуде входной, т.е. коэффициент усиления звена k на частоте ω

А(ω) = | W(jω) | = mod W(jω) =; (3.9)

ψ(ω) - аргумент или фаза частотной передаточной функции, показывает фазовый сдвиг выходной гармоники по отношению к входной на частоте ω

ψ(ω) = arg W(jω); (3.10)

U(ω) - вещественная составляющая частотной передаточной функции

U(ω) = Re W(jω); (3.11)

V(ω) - мнимая составляющая частотной передаточной функции

V(ω) = Im W(jω). (3.12)

Соотношения

 и 

связывают между собой составляющие частотной передаточной функции.

Таким образом, [частотная передаточная функция](#Частотная_передаточная_функция), определяющая реакцию звена на гармонические колебания всех возможных частот, позволяет, пользуясь принципом суперпозиции, найти реакцию линейного звена на произвольное воздействие.

Выражение (3.8) представляет амплитудно-фазовую частотную характеристику звена. Выражения (3.9) и (3.10) называются соответственно амплитудной частотной характеристикой звена и фазовой частотной характеристикой звена, а выражения (3.11) и (3.12) - вещественной частотной характеристикой и мнимой частотной характеристикой звена.

Для наглядного представления частотных свойств звена частотные характеристики отображают графически.

**Амплитудно-фазовая частотная характеристика (****АФЧХ).** Строится на комплексной плоскости и представляет собой геометрическое место концов векторов (годографов), соответствующих частотной передаточной функции W(jω) при изменении частоты от нуля до бесконечности (рис.3.3). Для каждой частоты ω на комплексной плоскости наносится точка, полученные точки соединяются затем плавной кривой. АФЧХ можно строить как в декартовых координатах (U, V), так и в полярных (A, ψ).

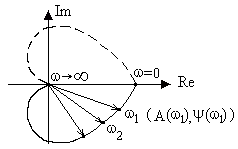


Рис. 3.3. Амплитудно-фазовая частотная характеристика

АФЧХ строится как для положительных, так и для отрицательных частот. При замене в W(jω) ω на -ω получается сопряженная комплексная величина. Поэтому АФЧХ для отрицательных частот является зеркальным отображением относительно вещественной оси АФЧХ для положительных частот. На рис.3.3 АФЧХ для отрицательных частот показана пунктирной линией. Длина вектора, проведенного из начала координат в точку АФЧХ, соответствующую выбранной частоте ω, равна А(ω), а угол между вектором и положительным направлением вещественной оси равен ψ(ω).

**Амплитудная частотная характеристика (****АЧХ).** Показывает, как пропускает звено сигнал различной частоты, иначе, представляет собой коэффициент изменения амплитуды гармонических колебаний при прохождении через звено (рис. 3.4).

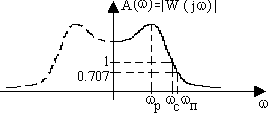


Рис. 3.4. Амплитудная частотная характеристика

где ωр - резонансная частота, т.е. частота, на которой амплитудная частотная характеристика достигает максимума, иначе, на этой частоте звено имеет максимальный коэффициент усиления;

ωс - частота среза, частота, на которой амплитудная частотная характеристика, уменьшаясь, принимает значение, равное единице, и при дальнейшем повышении частоты остается меньше единицы;

ωп - частота пропускания, частота, на которой амплитудная частотная характеристика, уменьшаясь, принимает значение, равное 0,707, и при дальнейшем повышении частоты не увеличивается;

Δωп=2ωп - полоса пропускания, диапазон частот гармонических колебаний, пропускаемых звеном без заметного ослабления.

**Фазовая частотная характеристика (****ФЧХ).** Показывает фазовые сдвиги, вносимые звеном на различных частотах (рис.3.5).

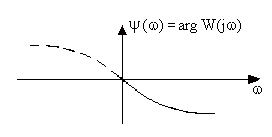


Рис. 3.5. Фазовая частотная характеристика

**Вещественная частотная характеристика (****ВЧХ).** Представляет собой зависимость вещественной составляющей частотной передаточной функции от частоты (рис. 3.6).

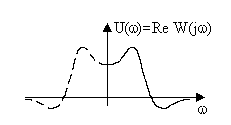


Рис. 3.6. Вещественная частотная характеристика

**Мнимая частотная характеристика (****МЧХ).** Представляет собой зависимость мнимой составляющей частотной передаточной функции от частоты (рис.3.7).

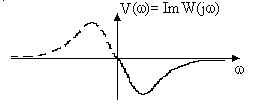


Рис. 3.7. Мнимая частотная характеристика

**Логарифмические частотные характеристики (****ЛЧХ).** На практике чаще всего амплитудную и фазовую частотные характеристики изображают в логарифмическом масштабе (рис. 3.8).

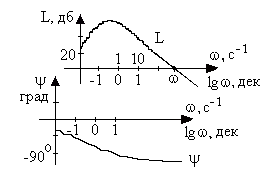


Рис. 3.8. Логарифмические частотные характеристики

При построении логарифмической амплитудной частотной характеристики (ЛАХ) по оси ординат откладывают величину

L(ω) = 20 lg A(ω) = 20 lg|W(jω)|. (3.13)

Эта величина выражается в децибелах [дб]. Бел представляет собой логарифмическую единицу, соответствующую десятикратному увеличению мощности. Один бел соответствует увеличению мощности в 10 раз, 2 бела - в 100 раз и т.д. Децибел равен одной десятой части бела. Так как А(ω) представляет собой отношение не мощностей, а амплитуд, то увеличение этого отношения в десять раз соответствует двум белам или двадцати децибелам. Поэтому в правой части (3.13) стоит множитель 20. По оси абсцисс откладывается частота ω в логарифмическом масштабе lg(ω). Равномерной единицей на оси абсцисс является декада [дек] - любой отрезок, на котором значение частоты ω увеличивается в десять раз. Точка пересечения ЛАХ с осью абсцисс соответствует частоте среза ωс . Верхняя полуплоскость ЛАХ соответствует значениям А>1 (усиление амплитуды), а нижняя полуплоскость - значениям А<1 (ослабление амплитуды).

При построении логарифмической фазовой частотной характеристики (ЛФХ) отсчет углов ψ(ω) = argW(jω) идет по оси ординат в обычном масштабе в угловых градусах.

Главным достоинством логарифмических частотных характеристик является возможность построения их во многих случаях практически без вычислительной работы.

Все рассмотренные виды динамических характеристик звеньев (передаточная функция, дифференциальное уравнение, весовая функция, переходная функция, амплитудно-фазовая частотная характеристика) связаны между собой. Поэтому все они эквивалентны друг другу в определении динамических свойств звена системы управления.

**6. Типовые динамические звенья и их характеристики**

Типовые динамические звенья- это минимально необходимый набор звеньев для описания системы управления произвольного вида.

Типы звеньев систем управления различаются по виду их передаточной функции (или дифференциального уравнения), определяющей все их динамические свойства и характеристики. Классификация основных типов динамических звеньев приведена на рис.3.9.

Основные типы звеньев делятся на четыре группы: позиционные, интегрирующие, дифференцирующие и неминимально-фазовые [[1](#lit1),[2](#lit2)]. Позиционные, интегрирующие и дифференцирующие звенья относятся к минимально-фазовым. Важным свойством минимально-фазовых звеньев является однозначное соответствие амплитудной и фазовой частотных характеристик. Другими словами, по заданной амплитудной характеристике всегда можно определить фазовую и наоборот.



Рис. 3.9. Классификация типовых динамических звеньев

**Позиционные звенья**

В звеньях позиционного, или статического типа, линейной зависимостью y = kx связаны выходная и входная величины в установившемся режиме. Коэффициент пропорциональности k между выходной и входной величинами представляет собой коэффициент передачи звена. Позиционные звенья обладают свойством самовыравнивания, то есть способностью самостоятельно переходить в новое установившееся состояние при ограниченном изменении входного воздействия.

**Безынерционное (идеальное усилительное) звено.** Это звено не только в статике, но и в динамике описывается алгебраическим уравнением

y(t) = kx(t). (3.14)

Передаточная функция:

W(s) = k. (3.15)

Амплитудно-фазовая частотная характеристика:

W(jω) = k, A(ω) = k, ψ(ω) = 0. (3.16)

Переходная и импульсная функции:

h(t) = k1(t), w(t) = kδ(t). (3.17)

Безынерционное звено является некоторой идеализацией реальных звеньев. В действительности ни одно звено не в состоянии равномерно пропускать все частоты от 0 до ∞.

Примерами таких безынерционных звеньев могут служить жесткая механическая передача, часовой редуктор, электронный усилитель сигналов на низких частотах и др.

**Апериодическое (инерционное) звено первого порядка.** Уравнение и передаточная функция звена:

(Tp+1) y(t) = x(t),  , (3.18)

где T - постоянная времени, характеризует степень инерционности звена, т.е. длительность переходного процесса.

Амплитудно-фазовая частотная характеристика:

W(jω) =  , , ψ(ω) = - arctgTω. (3.19)

Таким образом, апериодическое звено первого порядка является фильтром низких частот.

Переходная и импульсная функции:

h(t) = (1 - ), w(t) =  . (3.20)

Примерами апериодического звена первого порядка могут служить RC цепочка, нагревательный элемент и др.

**Апериодическое (инерционное) звено второго порядка.** Дифференциальное уравнение звена имеет вид

, (3.21)

причем предполагается, что 2Т2≤ Т1.

В этом случае корни характеристического уравнения вещественные и уравнение (3.21) можно переписать в виде:

( T3p+1)(T4p+1) y(t) = x(t), (3.22)

где - новые постоянные времени.

Передаточная функция звена

. (3.23)

Из выражения (3.23) следует, что апериодическое звеновторого порядка можно рассматривать как комбинацию двух апериодических звеньев первого порядка.

Примерами апериодического звена второго порядка могут служить двойная RC цепочка, электродвигатель постоянного тока и др.

**Колебательное звено.** Описывается дифференциальным уравнением

, (3.24)

при Т1<2T2 корни характеристического уравнения комплексные и уравнение (3.24) переписывают в виде

(T2p2+2ξTp+1) y(t) = x(t), (3.25)

где Т - постоянная времени, определяющая угловую частоту свободных колебаний λ=1/Т;

ξ - параметр затухания, лежащий в пределах 0<ξ<1.

Общепринятая запись передаточной функции колебательного звена имеет вид

. (3.26)

Амплитудно-фазовая частотная характеристика звена:

,

, ψ(ω) = - arctg. (3.27)

Временные характеристики представляют собой затухающие периодические процессы.

Примерами колебательного звена могут служить электрический колебательный контур, электродвигатель постоянного тока, маятник и др.

**Консервативное звено.** Консервативное звено является частным случаем колебательного при ξ=0. Оно представляет собой идеализированный случай, когда можно пренебречь влиянием рассеяния энергии в звене.

Амплитудно-фазовая характеристика совпадает с вещественной осью. При 0<ω<1/T характеристика совпадает с положительной полуосью, а при ω>1/T - с отрицательной полуосью.

Временные характеристики соответствуют незатухающим колебаниям с угловой частотой 1/T.

**Интегрирующие звенья**

В звеньях интегрирующего типа линейной зависимостью  связаны в установившемся режиме производная выходной величины и входная величина. В этом случае для установившегося режима будет справедливым равенство , откуда и произошло название этого типа звеньев.

**Идеальное интегрирующее звено.** Уравнение и передаточная функция имеют вид

py(t) = x(t), . (3.28)

Амплитудно-фазовая частотная характеристика:

W(jω) = , A(ω) = , ψ(ω) = -900. (3.29)

Переходная и импульсная функции:

h(t) = t, w(t) = 1(t). (3.30)

Такое звено является идеализацией реальных интегрирующих звеньев.

Примерами идеальных интегрирующих звеньев могут служить операционный усилитель в режиме интегрирования, гидравлический двигатель, емкость и др.

**Дифференцирующие звенья**

В звеньях дифференцирующего типа линейной зависимостью  связаны в установившемся режиме выходная величина и производная входной, откуда и произошло название этого типа звеньев.

**Идеальное дифференцирующее звено.** Уравнение и передаточная функция имеют вид

y(t) = px(t), W(s) = s . (3.31)

Амплитудно-фазовая частотная характеристика:

W(jω) = jω, A(ω) = ω, ψ(ω) = +900. (3.32)

Переходная и импульсная функции:

h(t) = δ(t), w(t) =  . (3.33)

Такое звено является идеализацией реальных дифференцирующих звеньев.

Примерами идеальных дифференцирующих звеньев могут служить операционный усилитель в режиме дифференцирования, тахогенератор и др.

**Форсирующее (дифференцирующее) звено первого порядка.** Дифференциальное уравнение и передаточная функция

y(t) = (τp+1) x(t) , W(s) = τs+1, (3.34)

где τ - постоянная времени дифференцирования.

Амплитудно-фазовая частотная характеристика:

W(jω) = (jωτ + 1), A(ω)=, ψ(ω) = arctg ωτ . (3.35)

Переходная и импульсная функции:

h(t) = 1(t) + τδ(t), w(t) = δ(t) + τ . (3.36)

**Форсирующее (дифференцирующее) звено второго порядка.** Уравнение и передаточная функция звена:

y(t) = (τ2p2+2ξτp+1)x(t), W(s) = τ2s2+2ξτs+1. (3.37)

Амплитудно-фазовая частотная характеристика:

W(jω) = (1-ω2τ2) + j2ξωτ,

A(ω)=, ψ(ω)=arctg. (3.38)

Переходная и импульсная функции:

h(t) = τ2+2ξτδ(t)+1(t), w(t) = τ2+2ξτ+δ(t). (3.39)

**Важные комбинации типовых звеньев**

**Дифференцирующее звено с замедлением** или инерционное дифференцирующее звено представляет собой комбинацию идеального дифференцирующего и апериодического звена первого порядка. Уравнение и передаточная функция звена:

(Tp+1) y(t) = px(t), . (3.40)

**Интегрирующее звено с замедлением** или инерционное интегрирующее звено представляет собой комбинацию идеального интегрирующего и апериодического звена первого порядка. Уравнение и передаточная функция звена:

p(Tp+1) y(t) = x(t), . (3.41)

**Изодромное звено** представляет собой комбинацию идеального интегрирующего и форсирующего звена первого порядка. Уравнение и передаточная функция звена:

p y(t) = (τp+1) x(t), . (3.42)

**Интегро-дифференцирующее звено** представляет собой комбинацию форсирующего звена первого порядка и апериодического звена первого порядка. Уравнение и передаточная функция звена:

(Tp+1)y(t) = (τp+1) x(t), . (3.43)

**Неминимально-фазовые звенья**

Неминимально-фазовые звенья - это такие звенья, которые, в отличие от обычных типовых звеньев, при равенстве амплитудных частотных характеристик имеют большие по абсолютному значению фазовые сдвиги. Одной амплитудной частотной характеристике неминимально-фазовых звеньев может соответствовать несколько различных фазовых частотных характеристик.

**Звено с чистым запаздыванием.** Это такое звено, у которого выходная величина повторяет входную с некоторой задержкой во времени. Уравнение и передаточная функция звена:

y(t) = x(t-τ), , (3.44)

где τ - время чистого запаздывания.

Амплитудно-фазовая частотная характеристика:

, А(ω) = 1, ψ(ω)= −τω [рад]= τω [угл.град]. (3.45)

Переходная и весовая функции:

h(t) = 1(t-τ), w(t) = δ(t-τ). (3.46)

Разница между этим звеном и безынерционным, как видим, в величине фазы. Амплитудные же характеристики одинаковы.

Примерами таких звеньев могут служить линия связи, трубопро-вод, транспортер, конвейер и др.

**Звено с положительным полюсом.** Передаточная функция звена имеет вид  . (3.47)

Здесь имеется положительный полюс ( корень знаменателя) s1=1/T. В полюсе передаточная функция стремится к бесконечности (W(s)→∞). Амплитудно-фазовая частотная характеристика:

W(jω) =  , , ψ(ω) = −π + arctg ωT. (3.48)

Разница между этим звеном и апериодическим первого порядка, как видим, в величине фазы. Амплитудные же характеристики одинаковы.

**Звено с положительным нулем.** Передаточная функция звена имеет вид

W(s) = (1- τs) . (3.49)

Здесь имеется положительный нуль (корень числителя) s1=1/τ. В нуле передаточная функция равна нулю (W(s)=0).

Амплитудно-фазовая частотная характеристика:

W(jω) = (1 - jωτ ), A(ω)=, ψ(ω) = - arctg ωτ. (3.50)

Разница между этим звеном и форсирующим первого порядка только в величине фазы. Амплитудные же характеристики одинаковы.

**7. Структурные схемы. Способы соединения звеньев**

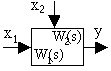
Систему автоматического управления можно рассматривать как комбинацию типовых динамических звеньев. Изображение системы управления в виде совокупности типовых и нетиповых динамических звеньев с указанием связей между ними носит название структурной схемы системы. Звено в этом случае выступает как элементарная структурная единица, преобразователь информации.

Структурные схемы состоят из отдельных структурных элементов. Основными элементами структурных схем являются следующие.

1. Звено с одним входом и одним выходом: Y(s)=W(s)X(s).



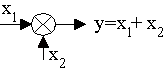
1. Звено с двумя входами и одним выходом (около каждого входа записывается своя передаточная функция):Y(s)=W1(s)X1(s)+W2(s)X2(s)



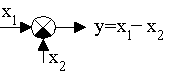
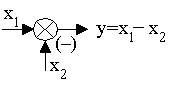
3. Линия связи и узел (разветвление), стрелка показывает направление передачи информации.

 и 

4. Сумматор.



5. Элемент сравнения.

 или 

В системах управления встречаются три вида соединений звеньев: **последовательное,** [**паралл****ельное**](#Параллельное_соединение) и **[сое](#Обратная_связь)****[динение по схеме с обратной связью.](#Обратная_связь)**

**Последовательное соединение** звеньев изображено на рис.3.10, такое соединение характеризуется тем, что выход предыдущего звена подается на вход последующего.

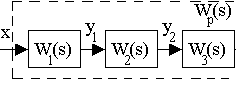


Рис. 3.10. Последовательное соединение звеньев

Выходная величина последовательно соединенных звеньев определяется .

Откуда результирующая передаточная функция  равняется

.

Следовательно, в общем случае можно записать

, (3.51)

где n - число включенных последовательно звеньев.

Таким образом, результирующая передаточная функция последовательно соединенных звеньев равна произведению передаточных функций составляющих звеньев.

**Параллельное соединение** звеньев изображено на рис.3.11, такое соединение характеризуется тем, что на входы всех звеньев подается одно и то же входное воздействие, а выходная величина определяется суммой выходных величин отдельных звеньев.

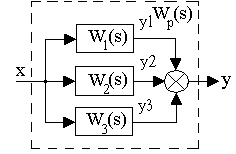


Рис. 3.11. Параллельное соединение звеньев

Выходная величина параллельно соединенных звеньев определяется y=y1+y2+y3, т.е.

.

Тогда .

В общем случае

, (3.52)

где n - число включенных параллельно звеньев.

Таким образом, результирующая передаточная функция параллельно соединенных звеньев равна сумме передаточных функций составляющих звеньев.

**Обратная связь**. Такое соединение звеньев изображено на рис.3.12, оно характеризуется тем, что выходной сигнал звена подается на его вход.

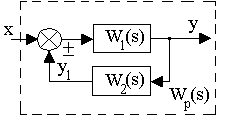


Рис. 3.12. Соединение звеньев по схеме с обратной связью

[Обратная связь](#Обратная_связь) может быть положительной (ПОС), если сигнал y1, снимаемый с выхода второго звена, суммируется с сигналом x на входе, и отрицательной (ООС), если y1 вычитается. Кроме того, обратные связи могут быть жесткими и гибкими. Связь называется гибкой, если передаточная функция W2(s) в установившемся режиме равна нулю.

Для определения результирующей передаточной функции такой комбинации звеньев запишем очевидные соотношения:

 ,

где знак “+” относится к положительной, а знак “-” - к отрицательной обратной связи.

Откуда результирующая передаточная функция обратной связи имеет вид

 , (3.53)

где знак “+” соответствует ООС, знак “−” - ПОС.

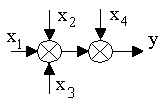
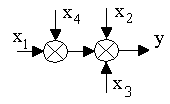
В общем случае, сложная цепь динамических звеньев, образующих систему управления, включает в себя комбинации всех трех рассмотренных случаев, т.е. представляет собой смешанное соединение звеньев. Пользуясь выражениями (3.51), (3.52) и (3.53), можно найти общую результирующую передаточную функцию смешанного соединения звеньев.

В тех случаях, когда структурная схема системы оказывается сложной и содержит перекрестные связи, ее упрощают и сводят к простейшему эквивалентному виду, пользуясь правилами преобразования структурных схем [[1](#lit1),[2](#lit2),[7](#lit7)].

Основные правила эквивалентного преобразования структурных схем.

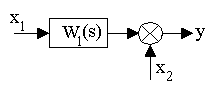
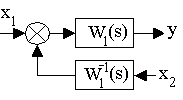
1. Перенос сумматора:

а)

 ⇒ 

y = x1+x2+x3+x4 y = x1+x4+x2+x3

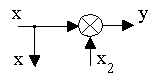
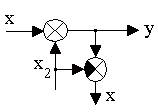
б)

⇒ 

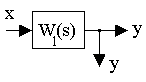
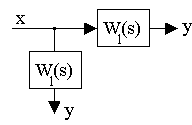
y = x1W1(s)+x2 y = [x1+x2W1-1(s)] W1(s) = x1W1(s)+x2

2. Перенос узла:

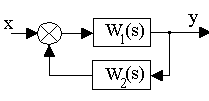
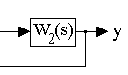
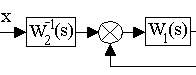
а)

 ⇒ 

б)

 ⇒ 

3. Преобразование к единичной обратной связи.

 ⇒ 

**8. Построение логарифмических частотных характеристик разомкнутой цепи звеньев**

Часто результирующую передаточную функцию смешанного соединения звеньев можно свести к виду

, (3.54)

где WT(s) - передаточная функция типового звена.

В этом случае построение [ЛАХ](#ЛАХ) производится по выражению

L(ω) = 20lgA(ω) = 20lg|W(jω)|=

= 20lgk - r×20lgω +-.

Построение ЛФХ производится по выражению

ψ(ω) = argW(jω) = -r×900 + -.

Таким образом, результирующая [ЛАХ](#ЛАХ) определяется суммированием [ЛАХ](#ЛАХ) составляющих типовых звеньев, а результирующая ЛФХ - соответственно суммированием ЛФХ составляющих типовых звеньев. Таблицы характеристик типовых звеньев имеются в литературе [1,7].

Асимптотические [ЛАХ](#ЛАХ) можно построить непосредственно по виду передаточной функции (3.54) по следующему правилу, состоящему из четырех пунктов.

1. Частотная область разбивается на диапазоны, границы которых определяются сопрягающими частотами, соответствующими постоянным времени передаточной функции:

.

Число сопрягающих частот равняется числу постоянных времени в передаточной функции, а число частотных диапазонов на единицу больше.

2. Первая низкочастотная асимптота ЛАХ, которая проводится в крайнем левом низкочастотном диапазоне, имеет наклон −(20×r)дб/дек и проходит через точку с координатами: ω=1 с-1, L(1)=20lg k дб, где r - показатель степени оператора Лапласа s, записанного в знаменателе передаточной функции (3.54).

3. На сопрягающих частотах ЛАХ претерпевает изломы.

3.1. Если сопрягающая частота соответствует постоянной времени Тi, находящейся в знаменателе передаточной функции, то ЛАХ делает излом вниз на −(20×v)дб/дек, где v - порядок типового динамического звена, в которое входит эта постоянная времени Тi.

3.2. Если сопрягающая частота соответствует постоянной времени Тi, находящейся в числителе передаточной функции, то ЛАХ делает излом вверх на +(20×v) дб/дек, где v - порядок типового динамического звена, в которое входит эта постоянная времени Тi.

4. Вторая асимптота проводится до следующей сопрягающей частоты и так далее.

*Пример.* Построить ЛАХ звена, имеющего следующую передаточную функцию: ,

где k = 100 с-1 ; Т1= 5 с; Т2= 0.01 с; Т3= 0.5 с.

Решение.

1. Представим передаточную функцию, как комбинацию типовых звеньев:

.

2. Находим сопрягающие частоты:

ωсопр1= 1/Т1= 0.2 с-1; ωсопр2= 1/Т2= 100 с-1; ωсопр3= 1/Т3= 2 с-1.

1. Строим ЛАХ.

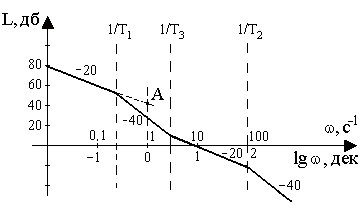


Рис. 3.13. Логарифмическая частотная характеристика звена

3.1. Частотную область разбиваем на четыре диапазона.

1. Низкочастотный участок ЛАХ имеет наклон

−(20×r)= −(20×1)= −20дб/дек и проходит через точку с координатами: ω = 1с-1, L(1) = 20lg k= 40дб (точка А[1,40]).

1. На частоте 1/Т1 ЛАХ делает излом вниз на

−(20×v)= −(20×1)= −20 дб/дек.

1. На частоте 1/Т3 ЛАХ делает излом вверх на

(20×v) = (20×1) = 20дб/дек.

3.5. На частоте 1/Т2 ЛАХ делает излом вниз на

−(20×v) = −(20×1) = −20 дб/дек.

Вид полученной ЛАХ приведен на рис. 3.13.

Используя то же правило, по ЛАХ звена можно однозначно определить передаточную функцию.

*Пример.*Определить передаточную функцию звена, ЛАХ которого имеет вид, представленный на рис. 3.14.

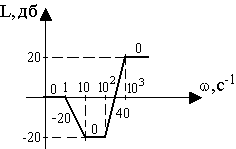


Рис. 3.14. ЛАХ звена

Решение. Передаточная функция имеет вид

,

где k=10L(1)/20=100=1 с-1;

Т1= 1 с; Т2= 0.1 с; Т3= 0.01 с; Т4= 0.001 с.

При более сложных формах передаточной функции W(s), например, при наличии внутренних обратных связей, построение ЛАХ усложняется. Однако часто можно и сложные выражения приводить к аналогичному виду (3.54), разложив на множители многочлены числителя и знаменателя.

**9. Дифференциальные уравнения и передаточные функции замкнутых систем автоматического управления(ОПЯТЬ ХУЕТА)**

Система автоматического управления представляет собой совокупность объекта управления, регулятора и датчика рассогласования. Обобщенная функциональная схема системы управления представлена на рис.4.1.

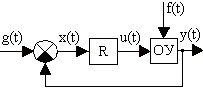


Рис. 4.1. Функциональная схема системы управления

Для того, чтобы получить математическое описание системы управления, необходимо составить по рассмотренной ранее методике линеаризованные уравнения всех элементов, из которых состоит датчик рассогласования, регулятор и объект управления. Таким образом получим систему дифференциальных уравнений, описывающую исследуемую систему управления. Полученная система дифференциальных уравнений путем исключения промежуточных переменных может быть разрешена относительно любой координаты системы управления. Обычно она решается либо относительно рассогласования x(t), т.е. ошибки, либо относительно управляемой величины y(t).

Первый случай встречается чаще, так как исследование изменения ошибки, как правило, является более важным. В этом случае получается дифференциальное уравнение

D(p)x(t) = Q(p)g(t) + N(p)f(t). (4.1)

Полином D(p) степени n от символа дифференцирования p характеризует свободное движение системы. Он называется **характеристическим** **полиномом** и может быть представлен в виде

, (4.2)

где a0,...,an в линеаризованной системе представляют собой постоянные коэффициенты.

Полином Q(p) степени m (m≤n) от символа дифференцирования p определяет влияние задающего воздействия g(t) на характер изменения ошибки.

Полином N(p) степени k (k≤n) от символа дифференцирования p определяет влияние возмущающего воздействия f(t) на характер изменения ошибки. В принципе таких возмущений может быть несколько. Однако вследствие линейности действует принцип суперпозиции и достаточно рассмотреть методику учета только одного воздействия; при наличии нескольких возмущений необходимо лишь просуммировать результат.

Из (4.1) вытекает, что ошибка может быть представлена в виде суммы двух составляющих: первая составляющая определяется влиянием задающего воздействия, вторая - возмущающего воздействия.

При решении системы дифференциальных уравнений относительно управляемой величины получается уравнение движения объекта управления при наличии регулятора. Это уравнение получается в результате подстановки выражения для ошибки x(t)=g(t)−y(t) в уравнение (4.1):

D(p)y(t) = R(p)g(t) − N(p)f(t), (4.3)

где

R(p) = D(p) − Q(p).

Полином R(p) определяет влияние задающего воздействия g(t) на управляемую величину.

Уравнения (4.1) и (4.3) являются исходными дифференциальными уравнениями замкнутой системы управления. При известных функциях времени в правых частях уравнений (4.1) и (4.3) они могут быть решены относительно искомых функций времени, т.е. может быть найдено изменение ошибки управления во времени и движение объекта управления.

Таким образом, четверка полиномов D(p), Q(p), N(p), R(p) полностью определяет замкнутую систему управления.

Уравнения, описывающие динамику системы, также как и звена, могут быть представлены в другой форме. Для этого перепишем уравнения (4.1) и (4.3) в операторном виде, перейдя от функций времени к их изображениям по Лапласу.

В результате получим:

, (4.4)

где  ;  .

При f(t)=0  - передаточная функция замкнутой системы по ошибке относительно задающего воздействия.

При g(t)=0  - передаточная функция замкнутой системы по ошибке относительно возмущающего воздействия.

Аналогично:

, (4.5)

где ; .

При f(t)=0  - передаточная функция замкнутой системы по задающему воздействию, главный оператор системы Ф(s).

При g(t)=0  - передаточная функция замкнутой системы по возмущающему воздействию.

Сравнивая уравнения (4.4) и (4.5) видно, что |Фf(s)| = |Фxf(s)|.

Таким образом, четверка передаточных функций Фg(s), Фf(s), Фxg(s), Фxf(s) полностью определяет замкнутую систему управления.

Выразим передаточные функции замкнутой системы через передаточные функции ее отдельных элементов. Для этого на основании функциональной схемы системы (рис.4.1) и уравнения (4.3) изобразим структурную схему системы (рис.4.2).

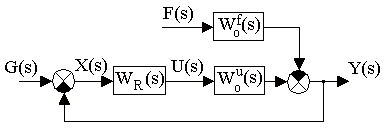


Рис. 4.2. Структурная схема системы управления

 - передаточная функция регулятора;

 - передаточная функция объекта управления по управляющему воздействию;

 - передаточная функция объекта управления по возмущающему воздействию;

G(s), F(s), U(s), X(s), Y(s) - изображения по Лапласу задающего, возмущающего и управляющего воздействий, рассогласования и управляемой величины.

Если в системе ликвидировать обратную связь, то система из замкнутой превратится в разомкнутую. Звенья, расположенные между выходом сравнивающего устройства и его инверсным входом, образуют разомкнутую систему, передаточная функция которой имеет вид:

. (4.6)

Передаточная функция разомкнутой системы W(s) имеет большое значение в классической теории управления, так как методы анализа и синтеза систем основаны на ее использовании.

Найдем передаточные функции замкнутой системы.

1. По задающему воздействию при f(t)=0. В этом случае исходная структурная схема системы (рис.4.2) может быть приведена к виду, изображенному на рис. 4.3.

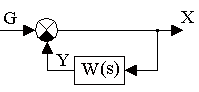


Рис. 4.3. Приведенная структурная схема системы управления

По определению ; , тогда из рис.4.3 следует:

; . (4.7)

2. По возмущающему воздействию при g(t)=0. В этом случае исходная структурная схема системы (рис.4.2) может быть приведена к виду, изображенному на рис. 4.4.

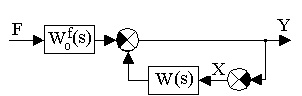


Рис. 4.4. Приведенная структурная схема

По определению ; , тогда из рис.4.4 следует:

; . (4.8)

Таким образом, передаточные функции замкнутой системы определяются передаточной функцией разомкнутой системы.

Важные соотношения, вытекающие из вышеприведенного:

1. ;
2. ;

3. ; 4. .

*Пример.* Определить передаточные функции системы, структурная схема которой имеет вид, представленный на рис. 4.5.

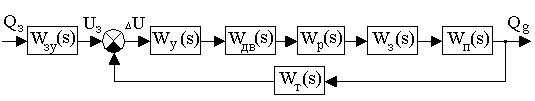


Рис. 4.5. Структурная схема системы управления

Решение:Запишем передаточную функцию разомкнутой системы:

,

тогда передаточные функции замкнутой системы будут:

 ; .

**10. Устойчивость линейных систем**

**5.1. Понятие устойчивости систем**

Понятие устойчивости системы управления связано со способностью возвращаться в состояние равновесия после исчезновения внешних воздействий, которые вывели ее из этого состояния. Наглядно устойчивость равновесия иллюстрируется на рис.5.1. Здесь положение шарика определяется координатой y. Выведем шарик из положения равновесия в точку y0 и отпустим его.

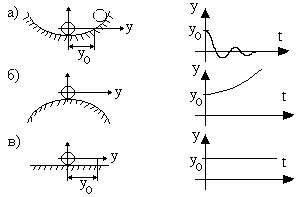


Рис. 5.1. Иллюстрация понятия устойчивости

Из анализа изменения координаты y(t) следует:

а) y(t)→0 при t→∞, устойчивое положение шарика;

б) y(t)→∞ при t→∞, неустойчивое положение шарика;

в) y(t)=y0=const при t≥0, нейтральное или безразличное положение шарика.

Таким образом, устойчивость характеризуется свободным поведением системы.

Общая теория устойчивости разработана А.М. Ляпуновым. Сформулируем математическое определение устойчивости, используя следующее геометрическое представление (рис.5.2).

Система управления n-ого порядка описывается дифференциальным уравнением в форме Коши:

 , где  (i = 1, 2, ... , n). (5.1)

Состояние системы можно изобразить точкой в пространстве, координатами которого являются переменные системы (x1, x2, ... , xn). Начало координат этого пространства соответствует равновесному состоянию системы. Тогда решение уравнения (5.1) можно рассматривать как некоторую траекторию X(t) в пространстве переменных (x1, x2, ... , xn).

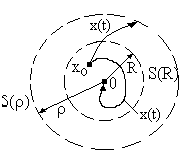


Рис.5.2. Траектории движения,

соответствующие устойчивой и неустойчивой системам

Положение равновесия в начале координат может быть, по Ляпунову, устойчиво, асимптотически устойчиво и неустойчиво.

Положение устойчиво, если для любого R<ρ существует такое r≤R, что траектория X(t), начинающаяся в точке x0 сферической области S(r), все время остается в сферической области S(R). Иначе говоря, траектория X(t), начинающаяся внутри области S(r), никогда не достигает сферы S(R).

Положение асимптотически устойчиво, если оно устойчиво и, сверх того, существует такое R<ρ, что траектория X(t), начинающаяся в сферической области S(R), стремится к началу координат при неограниченном росте времени.

Положение неустойчиво, если для некоторого (хотя бы одного) R<ρ и любого r, каким бы малым r не выбиралось, всегда найдется внутри сферической области S(r) такая точка x0, что траектория X(t), начинающаяся в этой точке, достигает за конечное время сферы S(R).

Таким образом, чтобы решить вопрос об устойчивости системы, необходимо определить траекторию ее движения в пространстве состояний, то есть найти решение дифференциального уравнения, которое описывает исследуемую систему.

**5.2. Устойчивость линейных систем**

Устойчивость линейной системы можно исследовать по характеру изменения только одной любой ее переменной. Линейная система называется устойчивой, если ее выходная координата остается ограниченной при любых ограниченных по абсолютной величине входных воздействиях. Устойчивая линейная система должна переходить от одного установившегося состояния к другому при изменении задающего воздействия. Устойчивость линейной системы определяется ее характеристиками и не зависит от действующих воздействий.

Таким образом, для определения устойчивости линейной системы требуется найти изменение ее управляемой величины. Структурная схема линейной системы приведена на рис.5.3, где W(s) - передаточная функция разомкнутой системы.

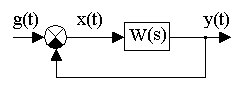


Рис. 5.3. Структурная схема линейной системы

Процессы в системе (рис.5.3), как следует из (4.3), описываются дифференциальным уравнением вида

D(p)y(t) = R(p)g(t). (5.2)

Решение уравнения (5.2) состоит из двух составляющих:

y(t) = yB(t) + yn(t), (5.3)

где yB(t) - вынужденное решение;

yn(t) - переходная составляющая.

Система устойчива, если переходная составляющая решения стремится к нулю при времени, стремящемся к бесконечности. Это означает, что если система выведена из состояния равновесия каким-либо возмущением, то она возвращается в исходное состояние после устранения этого возмущения, т.е. устойчивость системы определяется ее свободным движением. На рис.5.4 изображены возможные виды изменения переходной составляющей решения уравнения (5.2) при скачкообразном задающем воздействии.

Если yn(t)→0 при t→∞, то система устойчивая;

если yn(t)→∞ при t→∞, то система неустойчивая;

если yn(t)=const при t→∞, то система нейтральная.

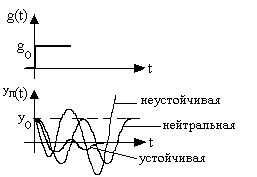


Рис. 5.4. Возможные виды переходной составляющей

Переходная составляющая решения уравнения (5.2) зависит от корней характеристического уравнения, которое получается путем приравнивания характеристического полинома к нулю:

D(p) = 0, (5.4)

где .

Переходная составляющая решения

, (5.5)

где pi - корни характеристического уравнения (полюсы системы);

ci - постоянные интегрирования.

Действительному корню характеристического уравнения pi в выражении (5.5) соответствует слагаемое

yni(t) = ci .

Если pi<0, то переходная составляющая с ростом времени стремится к нулю, если pi>0, то эта составляющая неограниченно возрастает.

Паре комплексно-сопряженных корней уравнения (5.4) соответствует слагаемое

yni(t) = Ai sin(βit+ϕi),

где αi±jβi - корни характеристического уравнения;

Ai, ϕi - постоянные интегрирования.

При этом переходная составляющая с ростом времени стремится к нулю, если вещественные части корней отрицательны, в противном случае амплитуда колебаний переходной составляющей возрастает.

Пара мнимых корней характеристического уравнения позволяет получить переходную составляющую в виде колебаний с постоянной амплитудой:

yni(t) = Aisin(βit+ϕi).

Таким образом, для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения имели отрицательные вещественные части, или эти корни на плоскости комплексного переменного были расположены слева от мнимой оси (рис.5.5).

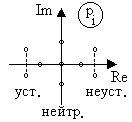


Рис. 5.5. Комплексная плоскость корней характеристического уравнения

Если корни характеристического уравнения расположены на мнимой оси, то система находится на границе устойчивости. При этом возможны два случая: корень в начале координат и пара мнимых корней. Нулевой корень появляется, когда свободный член характеристического уравнения равен нулю. В этом случае границу устойчивости называют апериодической. Если остальные корни этого уравнения имеют отрицательные вещественные части, то система устойчива не относительно выходного сигнала, а относительно его производной, выходной сигнал в установившемся режиме имеет произвольное значение. Такие системы называют нейтрально устойчивыми. В том случае, когда характеристическое уравнение имеет пару мнимых корней, границу устойчивости называют колебательной.

Если хотя бы один из корней лежит в правой полуплоскости комплексной плоскости корней характеристического уравнения, то система неустойчивая.

Вычисление корней характеристического уравнения высокого порядка затруднительно. Поэтому для исследования устойчивости систем разработаны критерии (правила), позволяющие судить о расположении корней на комплексной плоскости без их расчета. Прежде чем воспользоваться для оценки устойчивости тем или иным критерием, следует проверить выполнение необходимого условия устойчивости.

Необходимым, но недостаточным условием устойчивости системы является положительность (отрицательность) всех коэффициентов характеристического уравнения системы

, (5.6)

т.е. соблюдение условия ai > 0 для всех i от 0 до n, где n - порядок системы.

**11. Алгебраические критерии устой****чивости**

Алгебраические критерии позволяют непосредственно по коэффициентам характеристического уравнения судить об устойчивости систем.

**Критерий Рауса.**

Линейная система, характеристический полином которой равен

,

где a0>0, устойчива, если положительны все элементы первого столбца следующей таблицы

 (5.7)

В первой строке таблицы Рауса расположены четные коэффициенты характеристического полинома, во второй - нечетные. Если степень характеристического полинома - четное число, то последний элемент второй строки равен нулю. Третья и последующие строки определяются следующим образом:

сij = сi-1,1×сi-2,j+1 − сi-2,1×сi-1,j+1; сi,L = 0 ;

i = 3, 4, ... , n+1; j = 1, 2, ... , L-1; L = [0.5×n]+1.

Знак [ ] означает целую часть числа.

**Критерий Гурвица.**

Линейная система, характеристический полином которой равен

,

где a0>0, устойчива, если положительны n главных определителей матрицы Гурвица:

 (5.8)

Порядок составления матрицы Гурвица следующий. На главной диагонали записываются все коэффициенты, начиная с первого. Далее заполняются строки: четными коэффициентами по порядку, если на главной диагонали стоит четный коэффициент, и нечетными, если на главной диагонали стоит нечетный коэффициент. Если какой-либо коэффициент отсутствует, то вместо него заносится нуль.

Для оценки устойчивости системы необходимо вычислить определители Гурвица Δi (i = 1, 2, ... , n), которые получают из матрицы (5.8) путем отчеркивания равного числа строк и столбцов в левом верхнем углу матрицы.

Система устойчива, если Δi > 0 для всех i = 1, 2, ... , n.

Последний определитель Гурвица, как видно из приведенной выше матрицы, равен

Δn = an × Δn-1.

Поэтому его положительность сводится при Δn-1>0 к условию an>0,

Для систем первого и второго порядка критерий Гурвица сводится просто к положительности коэффициентов ai.

Если определитель Δn=0, то система находится на границе устойчивости. Возможны два случая: апериодическая граница устойчивости, если свободный член характеристического уравнения равен нулю, что соответствует нейтрально устойчивой системе; колебательная граница устойчивости, если определитель Δn-1=0. Из условия Δn-1=0 можно определить параметры, при которых система находится на границе устойчивости.

*Пример.* Передаточная функция разомкнутой системы задана в виде: . Исследовать устойчивость системы.

Решение. Характеристическое уравнение замкнутой системы

D(p)=0, где  .

Откуда следует

.

Раскрыв скобки, получим

T1T2p3 + (T1 + T2)p2 + p + k = 0.

Тогда имеем: a0 = T1 T2 ; a1 = (T1 + T2); a2 = 1; a3 = k.

Коэффициенты характеристического уравнения положительны.

Составляем матрицу Гурвица



и найдем определители этой матрицы. Для устойчивости системы все они должны быть положительными:

Δ1 = a1, откуда (T1 + T2) > 0;

Δ2 = a1×a2 − a0 ×a3, откуда (T1 + T2) − kT1T2 > 0;

Δ3 = a1×a2×a3 − a0×a32 = a3( a1×a2 − a0×a3 ), откуда a3 >0 , то есть k > 0.

Условие устойчивости по критерию Гурвица получает вид

(T1 + T2) > kT1T2 илиk < ( + ).

Границы устойчивости:

1) an = 0, k = 0;

2) Δn-1 = 0, kгр = ( + );

3) a0 = 0, T1T2 = 0.

Эти три границы устойчивости можно изобразить графически в пространстве параметров k, T1,T2 и найти области устойчивости системы.

Найдем сначала область устойчивости системы по одному параметру k (общий коэффициент передачи разомкнутой системы). Пространство параметров здесь одна прямая линия, а границы устойчивости - точки на ней: k = 0 и k = kгр (рис.5.6). Область устойчивости лежит между этими точками.



Рис. 5.6. Область устойчивости по одному параметру

Те же границы устойчивости системы можно построить на плоскости двух параметров, например: k и T1 (рис.5.7). Первая граница k = 0 лежит на оси T1. Вторая граница  = k −  имеет вид гиперболы с асимптотами T1 = 0 и k = . Третья граница T1 = 0 совпадает с осью k. Штриховка границ сделана в сторону области устойчивости.

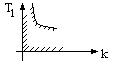


Рис. 5.7. Область устойчивости по двум параметрам

Как видно, при увеличении постоянных времени T1 и T2 область устойчивости сужается. Отрицательно влияет на устойчивость также и увеличение общего коэффициента передачи разомкнутой системы k. При любых заданных T1 и T2 существует свое граничное значение общего коэффициента передачи kгр, после чего система становится неустойчивой.

Далее можно построить область устойчивости и в пространстве трех параметров k, T1, T2. Границами устойчивости здесь будут являться три координатные плоскости и криволинейная поверхность, сечениями которой как в вертикальных так и в горизонтальных плоскостях будут гиперболы.

**12. Частотные критерии устойчивости**

Частотные критерии устойчивости базируются на принципе аргумента. Рассмотрим этот принцип, для чего запишем выражение для характеристического вектора, которое получим из характеристического полинома системы (4.2), предварительно разложенного на множители, путем замены p на jω:

D(jω) = an(jω- p1)(jω- p2)...(jω- pn), (5.9)

где pi - корни характеристического уравнения (полюсы системы).

Определим изменение аргумента вектора D(jω) при изменении частоты ω от -∞ до +∞

Δ arg D(jω) = arg(jω- pi) при -∞ ≤ω≤+∞.

Если корень характеристического уравнения pi расположен на комплексной плоскости слева от мнимой оси, то вектор (jω-pi) поворачивается на угол π, если этот корень находится на комплексной плоскости справа от мнимой оси, то вектор (jω-pi) поворачивается на угол -π. Допустим, что m корней характеристического уравнения расположены справа от мнимой оси, а остальные n−m корней - слева. Тогда изменение аргумента характеристического вектора равно

Δ arg D(jω) = (n−m)π при -∞ ≤ω≤+∞.

В устойчивой системе m=0, и изменение аргумента характеристического вектора получается следующим:

Δ arg D(jω) = n при 0≤ω≤+∞. (5.10)

**Критерий устойчивости Михайлова.**

Из выражения (5.10) следует критерий устойчивости Михайлова, согласно которому изменение аргумента характеристического вектора определяется по годографу вектора, записанному в виде

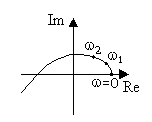
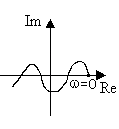
D(jω) = X(ω) + jY(ω) = D(ω)ejψ(ω) , (5.11)

где X(ω) и Y(ω) действительная и мнимая части характеристического вектора, а D(ω) и ψ(ω) его модуль и аргумент.

*Формулировка критерия.* Для устойчивости линейной системы n-го порядка необходимо и достаточно, чтобы изменение аргумента функции D(jω) при изменении ω от 0 до ∞ равнялось бы n.

Другими словами, система устойчива, если годограф характеристического вектора (кривая Михайлова), начинаясь на положительной части действительной оси, обходит последовательно в положительном направлении (против часовой стрелки) n квадрантов, где n - порядок характеристического уравнения системы.

На рис.5.8 приведены примеры годографов для устойчивой и неустойчивой систем.

а) б)

Рис. 5.8. Кривая Михайлова:

а - устойчивой системы 3-го порядка; б - неустойчивой системы

Если годограф проходит через начало координат, то система находится на границе устойчивости. В этом случае

X(ω) = 0 и Y(ω) = 0. (5.12)

Из этих уравнений можно определить значения параметров, при которых система находится на границе устойчивости.

*Пример.* Исследуем на устойчивость систему, рассмотренную в предыдущем примере, характеристический полином которой имеет вид: D(p) = T1 T2 p3 + ( T1 + T2 )p2 + p + k.

Решение. Найдем годограф характеристического вектора

D(jω) = T1 T2 (jω)3 + ( T1 + T2 )(jω)2 + jω + k.

Откуда

Re D(jω) = X(ω) = k − ( T1 + T2 )ω2;

Im D(jω) = Y(ω) = ω − T1 T2 ω3 .

Для того, чтобы система 3-го порядка была устойчива, кривая Михайлова должна последовательно проходить три квадранта (рис.5.9).

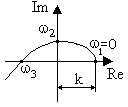


Рис. 5.9. Кривая Михайлова

Найдем условие устойчивости из требования чередования корней

0=ω1<ω2<ω3.

Корень ω2 находится из уравнения X(ω)=0, откуда

.

Отсюда первое условие устойчивости: k>0.

Корень ω3 находится из уравнения Y(ω)=0, откуда

.

Подставляя эти значения в требуемое условие ω2<ω3, получаем второе условие устойчивости системы

k < ( + ),

которое, конечно, совпадает с полученным ранее условием устойчивости по критерию Гурвица.

**Критерий устойчивости Найквиста.**

На практике более широкое по сравнению с критерием Михайлова применение нашел частотный критерий Найквиста, который позволяет судить об устойчивости системы по частотным характеристикам разомкнутой системы. Рассмотрим случай, когда разомкнутая система устойчива и не содержит интегрирующих звеньев. Введем вектор

F(jω) = 1 + W(jω) = , (5.13)

где  - частотная передаточная функция разомкнутой системы.

Числитель (5.13) является характеристическим вектором замкнутой системы, а знаменатель - характеристическим вектором разомкнутой системы. Определим изменение аргумента вектора F(jω) при изменении частоты ω от 0 до +∞ для случая, когда замкнутая система устойчива:

Δ arg F(jω) = Δ arg [L(jω)+N(jω)] - Δ arg L(jω) = 0 при 0≤ω≤+∞.

Таким образом, если разомкнутая и замкнутая системы устойчивы, то изменение аргумента вектора F(jω) равно нулю, следовательно, его годограф не охватывает начала координат. В противном случае, когда годограф F(jω) охватывает начало координат, изменение его аргумента не равно нулю и система в замкнутом состоянии неустойчива. Очевидно, что об изменении аргумента вектора F(jω) удобнее судить по годографу частотной характеристики разомкнутой системы, т.е. по ее амплитудно-фазовой частотной характеристике. Действительно, изменение аргумента вектора F(jω) будет равно нулю, если АФЧХ разомкнутой системы не охватывает точку с координатами (-1, j0).

Если система содержит r интегрирующих звеньев, число r которых определяет степень астатизма системы, то начальное значение фазовой частотной характеристики равно −r, а амплитудной частотной − бесконечности, система в разомкнутом состоянии нейтральна. В таких астатических системах для удобства оценки устойчивости АФЧХ разомкнутой системы дополняют дугой бесконечного радиуса, начинающейся на положительной вещественной полуоси комплексной плоскости. Формулировка критерия устойчивости при этом не изменяется.

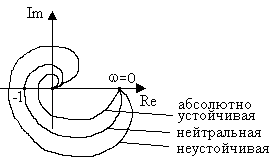
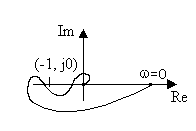
Если АФЧХ разомкнутой системы проходит через точку с координатами (-1, j0), то система в замкнутом состоянии находится на границе устойчивости.

Аналогичным образом доказывается критерий Найквиста и для случая, когда разомкнутая система неустойчива.

*Формулировка критерия.*

1. Если разомкнутая система устойчива, то для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы амплитудно-фазовая частотная характеристика разомкнутой системы не охватывала точку с координатами (-1, j0).

2. Если разомкнутая система неустойчива, то для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы амплитудно-фазовая частотная характеристика разомкнутой системы охватывала точку с координатами (-1, j0) и при изменении частоты от 0 до ∞ оборачивалась вокруг нее против часовой стрелки m раз, где m - число полюсов разомкнутой системы с положительной вещественной частью.

а) б)

Рис.5.10. АФЧХ статических разомкнутых систем

Графики на рис.5.10,а соответствуют абсолютно устойчивой, нейтральной и неустойчивой системам. Система, АФЧХ разомкнутой цепи которой пересекает вещественную ось только справа от точки с координатами (-1, j0), называется абсолютно устойчивой. В таких системах неустойчивость может наступить только при увеличении общего коэффициента передачи разомкнутой цепи.

Если АФЧХ разомкнутой системы (рис.5.10,б) пересекает вещественную ось и слева от точки с координатами (-1, j0), но при этом число положительных (сверху вниз) переходов характеристики через ось абсцисс левее точки (-1) равняется числу отрицательных переходов (снизу вверх), то систему называют условно устойчивой. Неустойчивой такая система может быть как при увеличении, так и при уменьшении общего коэффициента передачи разомкнутой цепи.

Если передаточная функция разомкнутой системы содержит в своем составе интегрирующие звенья, то АФЧХ начинается в бесконечности ( рис.5.11).

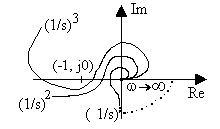


Рис.5.11. АФЧХ астатических разомкнутых систем

Графики на рис.5.11 соответствуют устойчивым системам с первой, второй и третьей степенями астатизма.

**13. Запасы устойчивости**

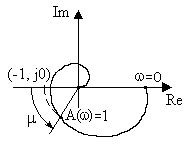
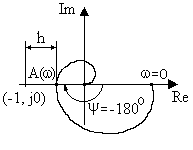
В процессе работы системы ее параметры (коэффициенты передачи и постоянные времени) из-за изменений внешних условий, колебаний напряжений источников энергии и других причин отличаются от расчетных значений. Если не принять определенных мер, то система может стать неустойчивой. Для исключения этого явления при проектировании следует обеспечить определенные запасы устойчивости системы, которые характеризуют близость амплитудно-фазовой частотной характеристики разомкнутой системы к точке с координатами (-1, j0).

Запасы устойчивости определяют на двух частотах: частоте среза ωс и критической частоте ωкр. На частоте среза [АЧХ](#АЧХ) разомкнутой системы равна единице, на критической частоте [ФЧХ](#ФЧХ) принимает значение, равное -π.

Различают запас устойчивости по амплитуде (модулю) и запас устойчивости по фазе.

Запас устойчивости по амплитуде задается некоторой величиной h (рис.5.12,а), на которую должен отличаться модуль АФЧХ разомкнутой системы от единицы на частоте, при которой фаза равняется -1800, т.е.

. (5.14)



а) б)

Рис. 5.12. АФЧХ разомкнутой системы

Запас устойчивости по фазе задается некоторым углом μ (рис.5.12,б), на который должна отличаться фаза АФЧХ разомкнутой системы от -1800 на частоте, при которой модуль равняется единице, т.е.

. (5.15)

В хорошо демпфированных системах запас устойчивости по амплитуде составляет примерно 6÷20 дб, что составляет 2÷10 в линейном масштабе, а запас по фазе − 30÷600.

Чтобы спроектировать систему с заданными запасами устойчивости по модулю hз и фазе μз, строят запретную область вокруг точки с координатами (-1, j0), в которую не должна заходить АФЧХ разомкнутой системы (рис.5.13).

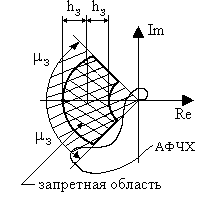


Рис. 5.13. Запретная область для АФЧХ разомкнутой системы

**14. Оценка устойчив****ости по ЛЧХ**

Построение амплитудно-фазовых частотных характеристик разомкнутых систем связано с громоздкими вычислениями, поэтому целесообразно оценивать их устойчивость по логарифмическим частотным характеристикам. Для этого необходимо построить ЛЧХ разомкнутой системы (рис.5.14). На рис.5.14 условно показано четыре варианта возможного прохождения ЛФХ.

В том случае, когда АФЧХ не имеет точек пересечения с вещественной осью слева от точки с координатами (-1, j0), то для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие ωс< ωкр. То есть замкнутая система будет абсолютно устойчивой, если ЛАХ разомкнутой системы принимает отрицательные значения раньше, чем ЛФХ достигнет значения фазы -1800 (кривая 4 на рис.5.14).

Если ЛАХ разомкнутой системы принимает отрицательные значения позже, чем ЛФХ достигнет значения фазы -1800 (кривая 1 на рис.5.14), то замкнутая система неустойчивая.

Если ЛАХ разомкнутой системы принимает значение амплитуды 0 дб на одной частоте, что и ЛФХ достигнет значения фазы -1800 (кривая 2 на рис.5.14), то это соответствует колебательной границе устойчивости.

В условно устойчивых системах (кривая 3 на рис.5.14) для оценки устойчивости следует в диапазоне частот, где ЛАХ больше нуля, подсчитать число переходов ЛФХ через прямую -1800. Если число положительных (сверху вниз) переходов через эту прямую равняется числу отрицательных (снизу вверх), то система в замкнутом состоянии устойчива.

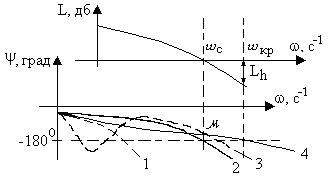


Рис. 5.14. ЛЧХ разомкнутой системы:

1 - система неустойчива;

2 - система нейтральная;

3 - система условно устойчивая;

4 - система абсолютно устойчивая

По ЛЧХ разомкнутой системы можно определить запасы устойчивости: запас по фазе μ отсчитывается по ЛФХ на частоте среза ωс, а запас по амплитуде Lh соответствует значению ЛАХ на критической частоте ωкр, взятому с обратным знаком (кривая 4 на рис.5.14).

Если ωс=ωкр, то система находится на границе устойчивости.

Граничное значение общего коэффициента передачи разомкнутой системы kгр определяется из выражения

20 lg kгр = 20 lg k + Lh, (5.16)

где k - общий коэффициент передачи разомкнутой системы.

В заключение дадим некоторые рекомендации, которые следуют из практики проектирования систем. Во-первых, для того чтобы в системе были обеспечены необходимые запасы устойчивости, наклон ЛАХ в диапазоне частот, в котором расположена частота среза, должен быть равным -20дб/дек. При наклоне характеристики, равном -40дб/дек, трудно обеспечить необходимый запас устойчивости по фазе. При наклоне характеристики, равном 0 дб/дек, получают излишне большие запасы устойчивости по фазе, система становится передемпфированной с длительным переходным процессом. Во-вторых, запас устойчивости по фазе в системе зависит от диапазона частот, в котором ЛАХ разомкнутой системы на частоте среза имеет наклон -20дб/дек. Чем больше этот диапазон частот, тем выше запас устойчивости по фазе и наоборот.

**15. Оценка к****ачеств****а** **упра****вления: общие понятия**

Качество представляет собой комплексную оценку работы системы управления, включающую устойчивость, точность, быстродействие и зависящую от назначения системы.

Устойчивость системы обеспечивает затухание переходных процессов с течением времени, т.е. обеспечивает принципиальную возможность прихода системы в некоторое установившееся состояние при любом внешнем воздействии. Однако далее требуется, во-первых, чтобы это установившееся состояние было достаточно близко к заданному и, во-вторых, чтобы затухание переходного процесса было достаточно быстрым, а отклонения при этом были бы невелики.

Качество работы любой системы управления в конечном счете определяется величиной ошибки, равной разности между требуемым и действительным значениями управляемой величины: x(t)=g(t)−y(t).

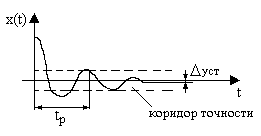


Рис. 6.1. Временная диаграмма изменения ошибки

Характер процесса изменения ошибки, представленного на рис.6.1, позволяет сделать вывод об устойчивости системы, так как процесс сходится, оценить точность работы системы по величине установившейся ошибки Δуст =x(∞) и оценить быстродействие системы по времени регулирования tр, то есть времени, за которое ошибка системы достигает допустимое значение и при дальнейшем росте времени не превышает его.

Процесс изменения ошибки во времени определяется решением дифференциального уравнения (4.1) динамики замкнутой системы

D(p)x(t) = Q(p)g(t) + N(p)f(t). (6.1)

Это решение включает в себя две составляющие

x(t) = xn(t) + xв(t) , (6.2)

где xn(t) - общее решение однородного уравнения D(p)x(t)=0, представляющее собой переходный процесс в системе и имеющее вид

, (6.3)

причем ci - постоянные коэффициенты, определяемые из началь-ных условий процесса, а pi - корни характеристического уравнения D(p)=0;

xв(t) - частное или вынужденное решение определяется правой частью дифференциального уравнения динамики замкнутой системы (6.1) и представляет собой установившуюся часть процесса управления.

Таким образом, полное решение (6.2), описывающее процесс в линейной системе, представляет собой собственное движение системы xn(t), наложенное на установившуюся составляющую xB(t).

Знание мгновенного значения ошибки в течение всего времени работы системы дает возможность наиболее полно судить о ее свойствах.

Однако ошибка системы зависит не только от характеристик самой системы (полиномов D(p), Q(p), N(p)), но и от свойств, действующих на нее воздействий. Вследствие случайности задающего g(t) и возмущающего f(t) воздействий такой подход не может быть реализован. Поэтому приходится оценивать качество системы управления по некоторым ее свойствам, проявляющимся при различных типовых воздействиях. Для определения качественных показателей системы управления в этом случае используются так называемые критерии качества.

В настоящее время разработано большое число различных критериев качества, с помощью которых оценивается либо точность системы в установившемся состоянии, либо качество переходного процесса.

Точность системы задается и определяется в установившихся режимах величиной установившейся ошибки. Для анализа качества переходного процесса существует три основных вида приближенных оценок: частотные, корневые, интегральные.

**16. Оценка точности работы систем(НЕВОЗМОЖНО ЗАПОМНИТЬ КАК ВСЕ ОШИБКИИ НАХОДЯТСЯ. ХЗ МОЖЕТ МОЖНО ПЕРЕЧИСЛИТЬ ИЗ ПРИМЕРА ИХ БУДЕТ)**

**Определение установившихся ошибок**. Одно из основных требований, которым должна удовлетворять система управления, заключается в обеспечении необходимой точности воспроизведения задающего воздействия в установившемся режиме. Для оценки точности системы определяется установившаяся ошибка, которая может быть получена из выражения (4.4) с помощью теоремы операционного исчисления о конечном значении функции:

 (6.4)

где - установившаяся ошибка от задающего воздействия;

- установившаяся ошибка от возмущающего воздействия.

Если задающее воздействие g(t) имеет произвольный характер, то ошибка системы может быть найдена с помощью **коэффициентов ошибок**. Изображение ошибки по задающему воздействию имеет вид

Xg(s)= Фxg(s)G(s),

где Фxg(s) - передаточная функция замкнутой системы по ошибке относительно задающего воздействия.

Для получения коэффициентов ошибок передаточная функция Фxg(s) раскладывается в степенной ряд

Фxg(s) = c0 + c1s + c2s2 + c3s3 + ... ,

сходящийся при малых s, что соответствует установившемуся режиму или достаточно большим значениям времени t.

Коэффициенты ci этого ряда называются коэффициентами ошибок и определяются из выражения

при i = 0, 1, 2, 3, ... (6.5)

Коэффициенты c0, c1 и c2 называются соответственно коэффициентами позиционной ошибки, скоростной ошибки и ошибки от ускорения.

Выражение для изображение ошибки по задающему воздействию примет вид

Xg(s) = (c0+ c1s+ c2s2+ c3s3+...)G(s).

Перейдя к оригиналу, выразим установившуюся ошибку через коэффициенты ошибок, задающее воздействие и его производные:

 . (6.6)

Аналогично можно ввести понятие коэффициентов ошибок по возмущающему воздействию.

**Точность в типовых режимах.** Дляоценки точности системы управленияиспользуется величина ошибки в различных типовых режимах, близких к реальным или наиболее трудным. В качестве типовых входных воздействий выбираются воздействия, изменяющиеся по закону g(t)=gn×tn (где n=0,1,2), и гармоническое воздействие g(t)=gm×sinωt.

Рассмотрим установившийся режим системы при постоянных задающем g(t)=g0=const и возмущающем f(t)=f0=const воздействиях. В этом случае ошибка системы называется статической и находится с помощью выражения (6.7):

= +  = g0 + f0. (6.7)

В статических системах управления значение W(0)=k, где k - общий коэффициент передачи разомкнутой системы. При этом составляющая статической ошибки от задающего воздействия

= g0/(1+k). (6.8)

Составляющая статической ошибки от возмущающего воздействия

= kf ×f0/(1+k), (6.9)

где kf - коэффициент передачи разомкнутой системы по возмущающему воздействию.

Из выражений (6.8) и (6.9) следует, что для повышения точности управления необходимо увеличивать общий коэффициент передачи разомкнутой системы k. Тут выявляется противоречие между требованием точности (увеличение k) и устойчивости (ограничение k).

В астатических системах W(0)→∞, поэтому составляющая ошибки = 0. Вторая составляющая ошибки  при W(0)→∞ не всегда обращается в нуль, так как возможен случай, когда и →∞.

Режим работы при постоянных задающих и возмущающих воздействий наиболее характерен для систем стабилизации.

Рассмотрим теперь установившееся состояние при изменении задающего воздействия с постоянной скорость g(t)=g1×t (где g1=const) и постоянном значении возмущающего воздействия f(t)=f0=const. По (6.4) найдем установившуюся ошибку:

 (6.10)

Первый член этого выражения в статической системе при W(0)=k стремится к бесконечности, поэтому система, работающая в режиме слежения с постоянной скоростью, должна быть астатической относительно задающего воздействия. Второе слагаемое определяет статическую ошибку системы от возмущающего воздействия.

Для систем с астатизмом первого порядка установившаяся ошибка от задающего воздействия

= g1/kv, (6.11)



где kv - коэффициент передачи (добротность) системы по скорости.

Ошибка  называется скоростной ошибкой от задающего воздействия.

В системах с астатизмом второго порядка и выше скоростная ошибка равна нулю (так как kv→∞), поэтому режим с задающим воздействием, изменяющимся с постоянной скоростью, используется только для оценки точности следящих систем с астатизмом первого порядка.

Рассмотрим установившийся режим в системе при изменении задающего воздействия с постоянным ускорением g(t)=g2×t2/2 (где g2=const) и постоянным значением возмущающего воздействия f(t)=f0=const.

Аналогично определяется установившаяся ошибка по (6.4):

 (6.12)

В статических и астатических системах первого порядка первая составляющая ошибки стремится к бесконечности, поэтому этот режим имеет смысл только для следящих систем с астатизмом второго порядка, для которых ошибка по задающему воздействию

= g2/ka, (6.13)



где ka - коэффициент передачи (добротность) системы по ускорению.

Ошибка  называется установившейся ошибкой системы от ускорения. Этот режим работы обычно применяется для оценки точности следящих систем с астатизмом второго порядка.

Второе слагаемое, как и в предыдущем случае, определяет статическую ошибку системы от возмущающего воздействия.

Рассмотрим теперь установившийся режим системы управления при изменении задающего воздействия по гармоническому закону

g(t) = gmsinωt.

Для упрощения предположим, что возмущающее воздействие равно нулю.

В линейной системе ошибка в установившемся режиме также изменяется по гармоническому закону с той же частотой:

x(t) = xmsin(ωt+ψ).

Точность системы в этом режиме оценивается по величине амплитуды ошибки. Амплитудные значения связаны между собой модулем частотной передаточной функции замкнутой системы, то есть можно записать

 или  (6.14)

Систему всегда проектируют таким образом, чтобы величина ошибки была меньше задающего воздействия, т.е. выполняется условие ⎜W(jω)⎪>>1. В связи с этим единицей в знаменателе приведенной выше формулы можно пренебречь. Таким образом, амплитуда ошибки определяется как

, (6.15)

где A(ω) - модуль частотной передаточной функции разомкнутой системы.

*Пример.* Определить установившиеся ошибки в системе управления, заданной передаточными функциями:

 и .

Решение. Найдем установившиеся ошибки системы при различных внешних воздействиях.

1. g(t)=g0×1(t), f(t)=f0×1(t). Тогда G(s)= g0 /s, F(s)= f0 /s.

Установившаяся ошибка от задающего воздействия:



Установившаяся ошибка от возмущающего воздействия:



1. g(t)=g1×t, f(t)=f0×1(t). Тогда G(s)=g1/s2, F(s)=f0 /s.

Установившаяся ошибка от задающего воздействия:



1. g(t)=g2×t2, f(t)=f0×1(t). Тогда G(s)=2g2/s3, F(s)=f0 /s.

Установившаяся ошибка от задающего воздействия:



4. g(t) = gmsinωt, f(t)=0.

При k=40 c-1, T1= 0.05 c, T2= 0.01 c, ω=1 c-1 , gm=300 .

Амплитуда ошибки



5. g(t) = g0+ g1×t+ g2×t2/2, f(t)=f0×1(t).

Определим коэффициенты ошибок c0, c1, c2. Остальные коэффициенты ошибок находить нет необходимости, так как степень полинома задающего воздействия равняется двум.

Передаточная функция замкнутой системы по ошибке относительно задающего воздействия

, откуда

,

,

.

Установившаяся ошибка от задающего воздействия:

,

где .

**17. Показатели качества переходного процесса СУ**

Рассмотрим основные показатели качества систем управления, пользуясь характеристикой переходного процесса отработки единичного задающего воздействия g(t)=1(t), показанной на рис.6.2.

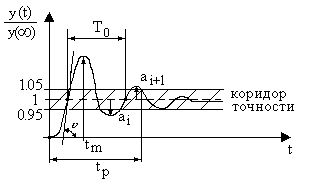


Рис. 6.2. Характеристики переходного процесса

при типовом единичном воздействии

Для оценки качества работы системы введены следующие показатели.

1. Максимальное отклонение управляемой величины, соответствующее времени tm, от установившегося значения:

, (6.16)

где tm  − время установления первого максимума управляемой величины, характеризующее скорость изменения ее в переходном процессе.

Представляет собой динамическую ошибку Δдин, определяющую точность системы в переходном процессе.

2. Перерегулирование, равное отношению максимального значения управляемой величины в переходном процессе к установившемуся значению:

 . (6.17)

Перерегулирование характеризует склонность системы к колебаниям, то есть близость системы к колебательной границе устойчивости. В конечном итоге характеризует запасы устойчивости. Считается, что запас устойчивости достаточен, если σ лежит в пределах от 10 до 30%.

3. Время регулирования (протекания переходного процесса) tр. Позволяет оценить быстродействие системы управления.

Учитывая, что полное затухание в системе происходит лишь при t→∞, длительность переходного процесса ограничивают тем моментом времени, когда

, (6.18)

где Δ - допустимое значение установившейся ошибки, обычно составляющее ±5% от y(∞).

4. Число колебаний управляемой величины y(t) за время регулирования tр. Это число составляет обычно 2÷3.

5. Собственная частота колебаний системы ω0 = 2π/T0, где T0 - период собственных колебаний системы.

6. Логарифмический декремент затухания системы dс, характеризующий быстроту затухания колебательного процесса,

dс = ln , (6.19)

где ai и ai+1 - две амплитуды для рядом расположенных экстремумов кривой переходного процесса.

1. Максимальная скорость отработки управляемой величины

= tgν.

Для каждой системы управления, имеющей колебательный переходный процесс, на основе указанных критериев качества можно установить область допустимых отклонений управляемой величины.

В системах автоматического управления возможны переходные процессы, характер протекания которых отличен от указанного на рис.6.2. Все многообразие переходных процессов в системах автоматического управления можно разделить на четыре группы:

колебательный процесс, характеризуемый несколькими значениями колебаний управляемой величины за время регулирования;

малоколебательный процесс, т.е. переходный процесс с одним колебанием;

монотонный процесс, когда скорость изменения управляемой величины не меняет знака в течение всего времени регулирования (dy/dt≥0 при 0≤ t≤tр);

апериодический процесс (без перерегулирования), когда y(t)<y(∞) c точностью до Δ при всех t.

Таким образом, чтобы оценить качество работы системы управления, необходимо иметь ее переходную характеристику, для нахождения которой применяются различные способы:

а) классическое математическое решение дифференциального уравнения D(p)y(t)=Q(p)1(t);

б) операционный метод: ;

в) численные и графические способы;

г) моделирование системы;

д) экспериментальная запись.

Если задающее воздействие на входе линейной системы отличается от единицы, то в переходном процессе изменяется только масштаб управляемой величины.

**18. Частотные, ко****рневые и интегральные оценки качества СУ(ЭТО ТОЖЕ НЕ ЕБУ)**

**Частотные** **оценки качества**

В инженерной практике для оценки показателей качества и построения переходных процессов в системах автоматического управления получили распространение частотные методы, разработанные В.В.Солодовниковым [7].

Математической основой частотных методов, устанавливающих связь между частотными характеристиками системы и качеством переходного процесса, является обратное преобразование Лапласа. Как известно, переходный процесс в системе определяется по формуле обратного преобразования Лапласа:

. (6.20)

Установлено, что если на систему действует единичное задающее воздействие, т.е. g(t)=1(t), а начальные условия являются нулевыми, то реакцию системы, которая представляет собой переходную характеристику, в этом случае можно определить как

 , (6.21)

, (6.22)

где P(ω) - вещественная частотная характеристика замкнутой системы;

Q(ω) - мнимая частотная характеристика замкнутой системы, т.е.

Фg(jω) = P(ω)+jQ(ω).

Выражения (6.21) и (6.22) и используются для оценок качества переходного процесса. Существует приближенный способ построения кривой переходного процесса в замкнутой системе по этим формулам с использованием *h*-функций.

Простейшими из частотных оценок качества переходного процесса являются запасы устойчивости, рассмотренные в разделе 5.5. Они определяют только степень близости замкнутой системы к границе устойчивости по виду частотных характеристик разомкнутой цепи.

Время регулирования и перерегулирование можно приблизительно оценить по виду вещественной частотной характеристики замкнутой системы (Рис.6.3). На основании зависимости (6.21) выведены следующие оценки. В переходном процессе получится перерегулирование σ>18%, если P(ω) имеет “горб”. При отсутствии “горба” будет σ<18%. Процесс окажется наверняка монотонным (σ=0), если dP/dω<0 и монотонно убывает по абсолютному значению. Время регулирования tр оценивается приблизительно по величине интервала существенных частот ωсу, причем

 < tр < . (6.23)

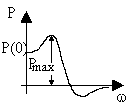


Рис.6.3. Вещественная частотная характеристика замкнутой системы

Интервал частот 0≤ω≤ωп, в котором P(ω)≥0, называется интервалом положительности. Интервал частот 0≤ω≤ωсу называется интервалом существенных частот, если при ω=ωсу и далее при ω>ωсу величина |P(ω)| становится и остается меньше 0,05P(0). Влиянием остальной части вещественной частотной характеристики (при ω≥ωсу) на качество переходного процесса можно пренебречь. Если же при ω>ωп оказывается, что |P(ω)|<0,2P(0), то при оценке качества переходного процесса можно принимать во внимание только интервал положительности 0≤ω≤ωп.

Важно отметить, что время tр обратно пропорционально величине ωсу, т.е. чем более растянута частотная характеристика, тем короче переходный процесс. Физически это связано с тем, что чем более высокие частоты “пропускает” система, тем она менее инерционна в своих реакциях на внешние воздействия.

Это же свойство позволяет связать время tр с частотой среза ωс частотной характеристики разомкнутой системы. Длительность переходного процесса tр тем меньше, чем больше частота среза ωс.

На основании расчетов переходных процессов по (6.21) В.В.Солодовников предложил оценивать величину перерегулирова-ния σ% и время регулирования tр в зависимости от величины максимума вещественной частотная характеристика замкнутой системы Pmax, построив для этой цели номограммы (рис.6.4).

Кроме того, свойство частотных характеристик таково, что начальная их часть влияет в основном на очертание конца переходного процесса y(t), причем P(0)=y(∞). Основное же влияние на качество переходного процесса оказывает форма средней части частотной характеристики.

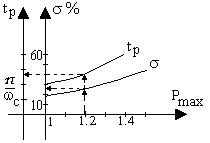


Рис. 6.4. Номограмма В.В.Солодовникова

В связи с этим логарифмическую частотную характеристику разомкнутой цепи системы делят на три области, причем область низких частот в основном определяет точность в установившемся режиме. Область средних частот в основном определяет качество переходного процесса. В частности, частота среза ωс, как уже говорилось, определяет полосу пропускания и длительность переходного процесса. Наклон ЛАХ вблизи частоты среза характеризует колебательность переходного процесса. Так, наклон −20 дб/дек при ω=ωс соответствует свойствам апериодического звена, обеспечивает наименьшую колебательность переходного процесса в замкнутой системе.

Следующей частотной оценкой качества является показатель колебательности − максимальное значение Mmax амплитудной частотной характеристики замкнутой системы

Mmax = |Ф(jω)|max max. (6.24)

Чем меньше запас устойчивости, тем больше склонность системы к колебаниям и тем выше резонансный пик. Считается, что в хорошо демпфированных системах показатель колебательности не должен превосходить значений 1,1÷1,5.

**6.5. Корневые** **оценки качества**

Корневые критерии качества основываются на исследовании расположения корней характеристического уравнения замкнутой системы, то есть полюсов передаточной функции системы, а также и нулей этой передаточной функции.

Вид корней характеристического уравнения определяет характер переходных процессов в системе автоматического управления. Поэтому можно сформулировать требования по запасу устойчивости и быстродействию системы, не рассматривая самих переходных процессов, а накладывая ограничения на корни характеристического уравнения.

Для оценки быстродействия системы используется понятие степени устойчивости, являющейся простейшей корневой оценкой качества.

Под степенью устойчивости α понимается абсолютное значение вещественной части ближайшего к мнимой оси корня (рис.6.5).

Если ближайшим является вещественный корень, то такая степень устойчивости называется апериодической, так как ей соответствует апериодическая составляющая переходного процесса с1e−αt. Время ее затухания характеризует общую длительность переходного процесса, так как все члены решения, соответствующие остальным корням, затухают быстрее, т.е.

tp ≅ 3/α. (6.25)

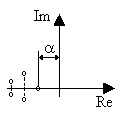


Рис. 6.5. Комплексная плоскость корней

Если ближайшем к мнимой оси окажется пара комплексных корней, то ей соответствует колебательная составляющая переходного процесса с1e−αtsin(βt+β1), при этом оценка длительности переходного процесса остается прежней. Такая степень устойчивости называется колебательной.

Для оценки запаса устойчивости системы введено понятие колебательности переходного процесса.

Колебательность определяется величиной

μ = ⎜⎜, (6.26)

где α и β − вещественная и мнимая части корней характеристического уравнения. Именно эта величина характеризует быстроту затухания колебаний за каждый период T=2π/β. Чем выше колебательность, тем слабее затухание колебаний в переходном процессе.

Суммарное требование определенных значений степени устойчивости α и колебательности μ приводит к области, изображенной на рис.6.6, внутри которой должны располагаться все корни характеристического уравнения замкнутой системы.

Далее необходимо иметь в виду, что для определения качества переходного процесса при единичном скачке задающего воздействия существенны не только корни характеристического уравнения, т.е. полюса, но также и нули передаточной функции замкнутой системы.

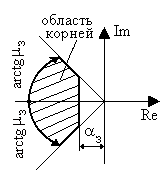


Рис. 6.6. Область расположения корней:

где αз и μз − заданные значения степени устойчивости и колебательности

Для уменьшения амплитуд отклонений выходной величины системы в переходном процессе желательно, чтобы нули передаточной функции замкнутой системы располагались вблизи ее полюсов.

Примером корневых оценок качества переходного процесса в системах третьего порядка является диаграмма Вышнеградского (дана в его работе 1876 г., положившей начало развития теории управления) [1,2].

Задание области расположения полюсов и нулей позволяет более полно оценить вид переходного процесса. При выборе расположения полюсов и нулей передаточной функции необходимо придерживаться общих рекомендаций [1].

1. Желательно располагать нули вблизи области расположения полюсов. Удаление нулей от полюсов ведет к увеличению амплитуд собственных колебаний в переходном процессе.

2. Для уменьшения отклонений в переходном процессе выгодно удалять полюсы друг от друга.

3. Приближение друг к другу не представляет опасности для тех полюсов, которые расположены далеко от мнимой оси.

Кроме этих рекомендаций сохраняют свою силу ограничения на область расположения полюсов, накладываемые в связи с требованием обеспечения определенного запаса устойчивости и быстродействия.

**6.6. Интегральные оценки качества**

Интегральные критерии качества дают общую оценку времени регулирования и степени отклонения управляемой величины от установившегося значения в переходном процессе в совокупности, без нахождения того и другого в отдельности.

Простейшей интегральной оценкой может служить величина

, (6.27)

где x(t) - отклонение управляемой величины от нового установившегося значения, которое она будет иметь после завершения переходного процесса.

В устойчивой системе x→0 при t→∞ и этот интеграл имеет конечную величину. Геометрически это площадь под кривой переходного процесса, построенного для отклонения (рис.6.7).

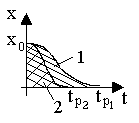


Рис. 6.7. Переходный процесс для отклонения

Площадь будет тем меньше, чем быстрее затухает переходный процесс и чем меньше величина отклонения. Поэтому параметры системы рекомендуется выбирать таким образом, чтобы добиться минимума этой интегральной оценки.

Неудобством интегральной оценки (6.27) является то, что она годится только для монотонных процессов, когда не меняется знак отклонения x. Так как форма переходного процесса при расчете системы управления неизвестна, то применять эту оценку практически нецелесообразно. Поэтому предлагается другая интегральная оценка:

, (6.28)

т.е. сумма абсолютных величин всех площадей под кривой переходного процесса. Но вычисление ее по коэффициентам уравнения затруднительно.

В связи с этим в общем случае применяют квадратичную интегральную оценку качества:

. (6.29)

В литературе [1] имеются формулы, выражающие величину J3 непосредственно через коэффициенты дифференциального уравнения замкнутой системы.

Стремление оценки J3 к нулю приближает кривую процесса к 1(t), что, в свою очередь, вызывает значительное увеличение скорости в начальный момент времени. Чтобы получить быстро затухающий и достаточно плавный процесс, вводят улучшенную квадратичную интегральную оценку качества

, (6.30)

где T назначается в соответствии с заданием желаемых свойств переходного процесса.

Наименьшее возможное значение J4 будет при x +T= 0. Решение этого дифференциального уравнения x=x0e−t/T и будет той экспонентой, к которой приближается переходный процесс при стремлении уменьшить значение интегральной оценки J4.

В качестве интегральных критериев используются и функционалы более общего вида. Иногда в выражение интегральной оценки вводится время в явном виде.

Удобство интегральных оценок состоит в том, что они дают единый числовой критерий качества. Недостатком является то, что одному и тому же значению интегральной оценки могут отвечать разные формы переходного процесса, что создает недостаточную определенность решения задачи.

Интегральные критерии применяются в теории оптимальных систем управления.

**19. Общие методы повышения точности систем управления**

К числу общих методов повышения точности работы систем управления относятся:

1. увеличение общего коэффициента передачи разомкнутой системы;
2. применение управления по производным от ошибки;
3. повышение степени астатизма.

**Увеличение общего коэффициента передачи** **k** разомкнутой цепи является универсальным и эффективным методом повышения точности и быстродействия системы. При этом, что следует из раздела 6.2, уменьшаются все виды установившихся ошибок системы. Увеличение k осуществляется последовательным введением усилительного звена в прямую цепь системы. Иногда это достигается путем повышения коэффициентов передачи отдельных звеньев.

Однако увеличение общего коэффициента передачи ограничивается устойчивостью системы. В этом сказывается противоречие между требованиями к точности и устойчивости системы. Поэтому увеличение общего коэффициента передачи до значения, при котором обеспечивается требование к точности системы, может производиться при одновременном повышении запаса устойчивости с помощью введения корректирующих устройств.

**Введение управления по производным от ошибок.** Это простейший метод улучшения качества работы системы. Структурно введение производной показано на рис.7.1. Технически это реализуется различными дифференцирующими звеньями.

Передаточная функция разомкнутой системы в этом случае будет

W(s) = (Tд s+1)WR(s)WОУ(s), (7.1)

где WОУ(s) - передаточная функция объекта управления;

WR(s) - передаточная функция регулятора;

Tд - постоянная времени дифференцирующего звена.

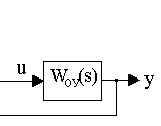
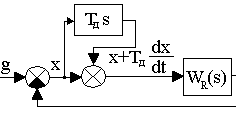


Рис.7.1. Структурная схема системы управления

при введении производных от ошибок

Введение дифференцирующих звеньев в систему добавляет положительную фазу и, следовательно, повышает запас устойчивости системы, что дает возможность увеличить общий коэффициент передачи k и тем самым улучшить точность управления.

Кроме того, введение управления по производным позволяет системе чувствовать не только наличие ошибки, но и тенденцию к изменению ее величины, то есть делает работу системы с “предвидением”, что обеспечивает повышение быстродействия и снижение динамической ошибки системы, тем самым улучшая качество переходного процесса.

Так как дифференцирование эквивалентно дополнительному усилению высоких частот, то использование более двух дифференцирующих звеньев затруднительно вследствие возрастания влияния высокочастотных помех.

**Введение интеграла от ошибки** является методом создания или повышения степени астатизма системы управления, а значит, и увеличения ее точности. При астатическом управлении W(0)→∞. В связи с этим передаточную функцию разомкнутой системы можно представить в виде

W(s) = , (7.2)

где W1(0)= k;

k − коэффициент передачи разомкнутой системы;

r − степень астатизма системы.

При r=0 система называется статической, при r=1 − астатической первого порядка и т.д.

Физически повышение степени астатизма достигается за счет введения в систему управления интегрирующих звеньев.

Введение интегралов от ошибки используется для устранения установившихся ошибок в различных типовых режимах: в неподвижном положении, при движении с постоянной скоростью, при движении с постоянным ускорением и т.д. Формально это сводится к тому, чтобы сделать равными нулю первые коэффициенты ошибок системы, например, с0=0 при r=1, с0=с1=0 при r=2, с0=с1=с2=0 при r=3 и т.д.

Однако включение каждого интегратора в прямую цепь системы вносит отрицательный фазовый сдвиг −900, ухудшая тем самым устойчивость и качество переходного процесса. В случае введения двойного интеграла система становится структурно неустойчивой (неустойчивой при любых значениях параметров).

Таким образом, повышение степени астатизма неблагоприятно сказывается на устойчивости и качестве переходного процесса системы. Поэтому одновременно с повышением степени астатизма в системе приходится использовать корректирующие устройства.

*Пример.* Определить установившиеся ошибки от задающего воздействия g(t)=g1×t системы, передаточная функция разомкнутой цепи которой имеет вид

.

Решение. Изображение по Лапласу задающего воздействия G(s)=g1/s2.

Установившаяся ошибка от задающего воздействия для статической системы при r=0:



для астатической системы первого порядка при r=1:



для астатической системы второго порядка при r=2:

.

**Включение в систему** [изодромных](#Изодромноезвено) **устройств.** Изодромное звено, представляющее собой комбинацию интегрирующего звена и форсирующего звена первого порядка, имеет передаточную функцию вида

, (7.3)

где TИ − постоянная времени;

kи =  − коэффициент передачи изодромного устройства.

Изодромное устройство, объединяя в себе введение интеграла и производной, лишено недостатков предыдущего звена и позволяет получить необходимую степень астатизма системы, сохраняя устойчивость и качество. Это устройство изменяет лишь низкочастотную часть амплитудной частотной характеристики, влияющую на точность системы (повышает ее), а отрицательный сдвиг фазы на частоте среза, существенный для условия устойчивости, невелик при соответствующем выборе постоянной времени TИ.

Структурная схема системы управления при введении изодромного устройства представлена на рис.7.2.

Из структурной схемы следует, что если в случае простого введения интеграла управление в системе производится только по интегралу от ошибки, то при изодромном устройстве получаем управление как по ошибке, так и по интегралу от ошибки.

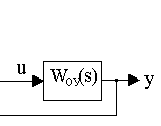
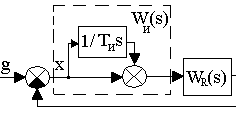


Рис. 7.2. Структурная схема системы с изодромным устройством

Для дальнейшего повышения степени астатизма системы можно использовать не одно, а два, три и т.д. изодромных устройств.

**20. Теория инвариантности и комбинированное управление**

Одним из эффективных способов, позволяющих получить высокую точность в системах управления, является использование методов теории инвариантности. Система управления является инвариантной по отношению к внешним воздействиям, если после завершения переходного процесса, определяемого начальными условиями, ошибка системы не зависит от внешних воздействий.

Основной принцип управления состоит в формировании управляющего воздействия по величине ошибки. Если же вводятся компенсирующие цепи по внешним воздействиям, то получается комбинированное управление - по ошибке и по внешним воздействиям.

При введении компенсаций по внешним воздействиям теоретически при определенных условиях удается сводить величину ошибки к нулю для любых внешних воздействий. Это свойство инвариантности системы по отношению к внешним воздействиям.

Внешние воздействия делятся на задающие, которые система должна воспроизводить, и возмущающие, действие которых требуется нейтрализовать.

**Комбинированная система по задающему воздействию.** Здесь, наряду с отклонением, во внутреннюю цепь системы вводится сигнал от задающего воздействия с помощью компенсирующего устройства по задающему воздействию с передаточной функцией WКЗ(s) (рис.7.3).

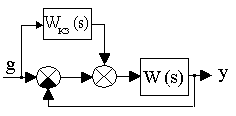


Рис. 7.3. Структурная схема комбинированной системы

по задающему воздействию

Эквивалентная передаточная функция замкнутой системы с учетом управления по задающему воздействию будет равняться

 , (7.4)

а для ошибки −

 . (7.5)

Установившаяся ошибка будет равняться нулю для любого задающего воздействия при 0, то есть если

WКЗ(s) =. (7.6)

Разложив последнее выражение в ряд по возрастающим степеням оператора s, получим необходимый вид функции, определяющей компенсирующий сигнал от задающего воздействия:

WКЗ(s) = b0 + b1s + b2s2 + b3s3 + ... . (7.7)

Таким образом, в комбинированной системе по задающему воздействию для получения полной инвариантности необходимо вводить первую и высшие производные от задающего воздействия.

Полностью инвариантную систему реализовать сложно, но всегда можно сделать систему инвариантную до ε, где ε - допустимая ошибка работы системы.

**Комбинированная система по возмущающему воздействию.** В этом случае наряду с управлением по отклонению используется управление по возмущающему воздействию f(t). Передаточная функция компенсирующего устройства по возмущающему воздействию WКВ(s) для системы инвариантной к возмущающему воздействию определяется аналогично рассмотренному выше случаю.

Передаточная функция замкнутой системы для управляемой величины по возмущающему воздействию имеет вид [1]:

 , (7.8)

где W(s) − передаточная функция разомкнутой системы;

Wf(s) − передаточная функция по возмущающему воздействию в разомкнутой системе.

Условие полной инвариантности может быть получено, если положить Фf(s)=0. Тогда

WКВ(s) =. (7.9)

Эта функция может быть представлена в виде ряда, аналогично (7.7). Здесь также можно ограничиться неполной инвариантностью, если точное удовлетворение условию (7.9) вызывает технические трудности.

Особая трудность заключается в том, что возмущающие воздействия f(t), в отличие от задающих g(t), далеко не всегда можно подать на входы компенсирующих цепей.

Положительной особенностью комбинированных систем является то, что введение компенсирующих устройств по внешним воздействиям, как следует из выражений для передаточных функций (7.4) и (7.8), не меняет характеристическое уравнения системы, работающей по отклонению. Это означает, что не будут нарушаться не только условия устойчивости, но сохраняются и оценки качества переходного процесса.

Следовательно, этот способ существенно повышает точность системы без заметного ухудшения качества переходного процесса.

**21. Неединичные** **обратные связи(ХУЙНЯ)**

Неединичные главные обратные связи применяются для уменьшения ошибки от задающего воздействия. Введем в главную обратную связь, которая обычно равняется единице, устройство с передаточной функцией WO(s) (рис.7.4).

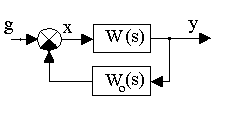


Рис.7.4. Структурная схема системы с неединичной главной обратной связью

В этом случае передаточная функция замкнутой системы по задающему воздействию примет вид

. (7.10)

Для получения полной инвариантности необходимо выполнить условие Y=G, иначе Фg(s)=1. Отсюда требуемая передаточная функция главной обратной связи должна быть

. (7.11)

При разложении этого выражения в степенной ряд получим

WO(s) = ko - [τ1s + (τ2s)2 + (τ3s)3 + ... ]. (7.12)

Отсюда видно, что для получения полной инвариантности необходимо использовать главную обратную связь с коэффициентом передачи ko, в общем случае отличном от единицы, и дополнительно ввести положительные обратные связи по производным от управляемой величины. Это условие можно выполнить практически только приближенно. Однако при таком способе, как видно из передаточной функции замкнутой системы, существенно меняется ее характеристическое уравнение. Поэтому одновременно требуется принимать дополнительные меры для того, чтобы получить желаемое качество переходного процесса.

В установившемся режиме (s=0) из (7.11) в системе без астатизма имеем

ko = 1 − , (7.12)

где k = W(0).

Следовательно, если ввести в главную обратную связь системы коэффициент передачи ko согласно (7.12), то система будет иметь нулевую установившуюся ошибку от задающего воздействия без введения интегрирующего звена.

**22. Чувствительность систем автоматического управления**

Чувствительность систем автоматического управления - это степень влияния разброса параметров и их изменений в процессе работы на статические и динамические свойства системы управления, то есть на точность, показатели качества, на частотные свойства и др.

Параметры системы управления (коэффициенты передачи и постоянные времени) определяются физическими параметрами составляющих ее элементов (резисторов, конденсаторов, катушек индуктивностей и т.п.). Величины физических параметров элементов, во-первых, имеют технологический разброс, обусловленный допусками на изготовление элементов, во-вторых, подвержены эксплуатационным изменениям с течением времени, что обусловлено их старением.

Поэтому встает задача оценки работы системы при изменении и разбросе параметров составляющих ее элементов.

Эта задача решается путем количественной оценки чувствительности системы. Для этого требуется описать систему управления уравнениями в нормальной форме [2], т.е.

 при i=1, 2, ... , n, (7.13)

где n - порядок системы;

xi - координаты состояния системы;

fi - внешние воздействия, прикладываемое к системе;

aik - коэффициенты уравнения, определяемые величинами физических параметров составляющих систему элементов.

Изменяющиеся со временем параметры элементов системы в процессе эксплуатации и от разброса при изготовлении обозначим через αj (j=1, 2, ... , m).

Тогда уравнение системы (7.13) можно записать в виде

 при i=1, 2, ... , n. (7.14)

Решение уравнений (7.14) определяет координаты системы: x1(t), x2(t), ... , xn(t), образующие исходное движение системы.

Пусть параметры αj изменяются на малые величины Δαj , тогда имеем

;

. . . . . . . . . .

.

Рассматривая малые изменения параметров αj (j=1, 2, ... , m), получим новые уравнения

(7.15)

при i=1, 2, ... , n.

Процесс в той же системе, но с измененными параметрами, определяемый решением уравнений (7.15), т.е. , называется варьированным движением.

Возникшее различие в протекании процессов в системе за счет изменения параметров

 при i=1, 2, ... , n

называется дополнительным движением.

При малых отклонениях Δαj  эта разность может быть определена следующим образом:

 при i=1, 2, ... , n. (7.16)

Обозначим

 (j=1, 2, ... , m). (7.17)

Тогда дополнительное движение будет

 при i=1, 2, ... , n. (7.18)

Величины , определяемые выражением (7.17), представляют собой функции чувствительности i-ой координаты системы по j-ому параметру.

Таким образом, чтобы оценить степень влияния разброса и изменения параметров на координаты системы необходимо определить функции чувствительности по каждой координате от каждого изменяющегося параметра.

В рассматриваемом случае xi(t) являются координатами состояния системы. Вообще же аналогичные характеристики чувствительности вводятся так же для различных показателей качества системы. Тогда в формуле (7.17) вместо xi будет стоять соответствующий показатель качества, а в формуле (7.18) - вместо Δxi - изменение этого показателя качества. Функции чувствительности для частотных характеристик будут функциями не времени, а частоты. Если показатели качества выражаются не функциями, а числами, то uij называются коэффициентами чувствительности.

Если в качестве изменяющихся параметров αj выбрать внешние воздействия, то можно получить функции чувствительности системы по отношению к внешним воздействиям.

Определение функций чувствительности производится следующим образом.

Продифференцируем исходное уравнение (7.14) по изменяющимся параметрам αj. Тогда получим

.

Меняя в левой части порядок дифференцирования и учитывая (7.17), получим выражения

 при i=1,...,n; j=1,...,m; (7.19)

которые называются уравнениями чувствительности. Решение этих уравнений определяет функции чувствительности .

Рассмотрим функции чувствительности для частотных характеристик. Передаточную функцию разомкнутой системы запишем в виде

W(s) = W(s, α1, α2, ... , αm ), (7.20)

где α1, α2, ... , αm - параметры системы, имеющие технологический разброс или эксплуатационные изменения.

Тогда амплитудная и фазовая частотные характеристики тоже зависят от этих параметров

А(ω) = А(ω, α1, ... , αm);

ψ(ω) = ψ(ω, α1, ... , αm).

Функции чувствительности для амплитудной и фазовой частотных характеристик будут

, , j=1, 2, ... , m. (7.21)

В результате получим как функции частоты выражения для отклонения частотных характеристик за счет разброса и изменения параметров системы:

 , . (7.22)

Определение функций чувствительности производится при проектировании систем с наименьшими изменениями качественных показателей при отклонении значений параметров системы от расчетных.

*Пример.* Определить функции чувствительности для системы, заданной следующим уравнением (Tp+1)x(t)=kg(t), где T, k - изменяющиеся параметры.

Решение. Уравнение системы в нормальной форме имеет вид

.

Введем функции чувствительности

, .

Уравнение чувствительности получим исходя из (7.19)

;

.

Найдя отсюда uxk и uxT, вычислим изменение хода процесса управляемой величины x(t) за счет изменения параметров k и T по формуле

.

Передаточная функция системы: .

Частотные характеристики: , .

Найдем функции чувствительности частотных характеристик по параметру T

 = ,

 = .

Отклонения частотных характеристик

ΔA(ω) = uAT(ω)ΔT, Δψ(ω) = uΨT(ω)ΔT.

**23. Улучшение кач****ес****тва пр****оцесса управления**

Под улучшением качества процесса управления понимается изменение динамических свойств системы с целью обеспечения требуемых показателей качества, главными из которых являются устойчивость, точность и быстродействие. Это достигается двумя путями.

Во-первых, настройкой регулятора. Настройка регулятора заключается в рациональном изменении его параметров, то есть коэффициентов передачи и постоянных времени так, чтобы удовлетворить поставленным требованиям качества управления, которые определяются критериями качества.

Во-вторых, введением корректирующих устройств. При невозможности решить задачу получения требуемого качества процесса управления в рамках имеющейся системы путем изменения ее параметров изменяют структуру системы. Для этой цели в систему вводят корректирующие средства, которые должны изменить динамику системы в нужном направлении. Корректирующие средства представляют собой динамические звенья с определенными передаточными функциями. Корректирующие звенья изменяют передаточную функцию регулятора системы, и таким образом обеспечивается формирование необходимого закона управления для удовлетворения поставленных требований к системе.

**24. Законы управления. Типовые регуляторы**

Закон управления - это алгоритм или функциональная зависимость, в соответствии с которыми регулятор формирует управляющее воздействие u(t). Эта зависимость может быть представлена в виде

u(t) = F(x, g, f), (8.1)

где F - некоторый оператор от отклонения x, задающего воздействия g и возмущающего воздействия f, а также от их производных и интегралов по времени.

Обычно выражение (8.1) может быть записано следующим образом:

u(t) = F1(x) + F2(g) + F3(f). (8.2)

Здесь первое слагаемое соответствует управлению по отклонению, второе и третье - управлению по внешнему воздействию.

В зависимости от вида оператора F законы управления делятся на стандартные и специальные.

Стандартные законы управления - это универсальные законы, с помощью которых можно решать задачи автоматизации разнообразных технологических процессов и объектов.

Специальные законы управления - это законы, формируемые для решения конкретных задач.

Если для формирования управляющего воздействия u(t) используются только линейные математические операции, то такой закон управления называется линейным, в противном случае - нелинейным.

Линейный стандартный закон управления имеет следующий вид:

, (8.3)

где первое слагаемое является пропорциональной, второе - интегральной, третье - дифференциальной составляющими закона, а коэффициенты kП, kИ и kД определяют вклад каждой из составляющих в формируемое управляющее воздействие.

Интегральная составляющая закона управления вводится для повышения точности, а дифференциальная - для повышения быстродействия работы системы.

Регулятор, формирующий управляющее воздействие в соответствии с (8.3), имеет передаточную функцию

. (8.4)

Структурная схема линейного стандартного регулятора приведена на рис.8.1.

Настройка такого регулятора заключается в задании значений коэффициентов kП, kИ, kД таким образом, чтобы удовлетворить требованиям качества управления в соответствии с выбранными критериями качества.

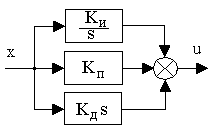


Рис. 8.1. Структура линейного стандартного регулятора

На практике широкое распространение получили типовые или промышленные регуляторы, представляющие собой универсальные автоматические устройства, легко приспосабливаемые для автоматизации разнообразных технологических процессов и объектов. При этом объект управления, как правило, является звеном статического типа, т.е. WОУ(0)=kОУ, где kОУ - коэффициент передачи объекта управления. Типовые регуляторы реализуют типовые законы управления, являющиеся частными случаями линейного стандартного закона управления, и классифицируются следующим образом.

П-регуляторы**.** Реализуют П-закон или пропорциональный закон управления

u(t) = kП x(t).

Передаточная функция П-регулятора

WR(s) = kП.

Пропорциональное управление позволяет уменьшить установившуюся ошибку в объекте в (1+k) раз, где k = kП×kОУ − коэффициент передачи разомкнутой системы. Регулирование в этом случае получается статическим, так как при любом конечном значении коэффициента передачи разомкнутой системы установившаяся ошибка будет отличной от нуля.

**И-регуляторы.** Реализуют И-закон или интегральный закон управления

u(t) = .

Передаточная функция И-регулятора

.

При интегральном управлении получается система, астатическая по отношению к задающему воздействию. Повышение степени астатизма приводит к увеличению установившейся точности системы, но одновременно снижает ее быстродействие, а также приводит к ухудшению устойчивости. Снижение быстродействия объясняется тем, что в первый момент времени при появлении ошибки управляющее воздействие равняется нулю и только затем начинается его рост. В системе пропорционального управления рост управляющего воздействия в первые моменты времени происходит более интенсивно, так как наличие ошибки сразу дает появление управляющего воздействия, в то время как в системе интегрального управления должно пройти некоторое время.

**ПИ-регуляторы.** Реализуют ПИ-закон или пропорционально-интегральный закон управления

u(t) = kП x(t) +.

Передаточная функция ПИ-регулятора

,

где TИ = kП/ kИ.

Пропорционально-интегральное (изодромное) управление сочетает в себе высокую точность интегрального управления (астатизм) с большим быстродействием пропорционального управления. В первые моменты времени при появлении ошибки система с ПИ-регулятором работает как система пропорционального регулирования, а в дальнейшем начинает работать как система интегрального управления.

**ПД-регуляторы.** Реализуют ПД-закон или пропорционально-диф-ференциальный закон управления

.

Передаточная функция ПД-регулятора

= kП(TДs + 1),

где TД = kД/ kП.

Пропорционально-дифференциальное управление применяются для повышения быстродействия работы системы.

Регулирование по производной не имеет самостоятельного значения, так как в установившемся состоянии производная от ошибки равна нулю и управление прекращается. Однако она играет большую роль в переходных процессах, потому что позволяет учитывать тенденцию к росту или уменьшению ошибки. В результате увеличивается скорость реакции системы, повышается быстродействие, снижается ошибка в динамике.

**ПИД-регуляторы.** Реализуют ПИД-закон или пропорционально-интегрально-дифференциальный закон управления, соответствующий линейному стандартному закону вида (8.3).

ПИД-регулятор, представляющий собой астатический изодромный регулятор с предвидением, обеспечивает повышенную точность и повышенное быстродействие системы.

В общем случае закон управления может иметь сложный вид.

**25. Корректирующие устройства**

Основная задача корректирующих устройств состоит в улучшении точности системы и качества переходных процессов, обеспечение устойчивости системы, если она была неустойчивой, а затем и желаемого качества процесса управления.

**Последовательные корректирующие устройства.** Они вводятся в цепь регулятора последовательно с другими звеньями. На рис.8.2 представлена структурная схема системы с последовательным корректирующим устройством.

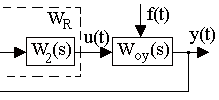
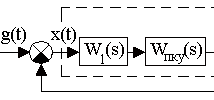


Рис. 8.2. Структурная схема системы

с последовательным корректирующим устройством

Здесь W1(s), W2(s) представляют собой передаточные функции заданных частей регулятора, WПКУ(s) - передаточная функция последовательного корректирующего звена, WОУ(s) - передаточная функция объекта управления.

Передаточная функция регулятора с последовательным корректирующим устройством

WR1(s) = W1(s) W2(s) WПКУ(s). (8.5)

Способ коррекции с помощью последовательного корректирующего устройства не требует сложных расчетов и прост в практическом исполнении. Поэтому он нашел широкое применение, особенно при коррекции систем, в которых используется электрический сигнал в виде напряжения постоянного тока, величина которого функционально связана с сигналом рассогласования. Однако, последовательные корректирующие устройства не ослабляют влияния изменений параметров элементом системы на ее показатели качества. Поэтому последовательные корректирующие устройства рекомендуется применять в системах, в которых элементы имеют достаточно стабильные параметры.

**Параллельные корректирующие устройства.** Они вводятся в цепь регулятора параллельно с другими звеньями. На рис.8.3 представлена структурная схема системы с параллельным корректирующим устройством.

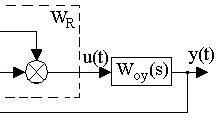
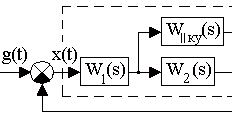


Рис.8.3. Структурная схема системы

с параллельным корректирующим устройством

Здесь W1(s), W2(s) представляют собой передаточные функции заданных частей регулятора, W⎢⎢КУ(s) - передаточная функция параллельного корректирующего звена, WОУ(s) - передаточная функция объекта управления.

Передаточная функция регулятора с параллельным корректирующим устройством

WR2(s)=W1(s)[W2(s)+W⎢⎢КУ(s)]. (8.6)

Коррекция систем управления с помощью параллельного корректирующего устройства эффективна, когда требуется формировать сложные законы управления с введением производных и интегралов от сигнала ошибки. Примером этому могут служить рассмотренные ранее типовые регуляторы.

**Обратные связи.** Они вводятся в цепь регулятора и охватывают какие-либо его звенья. Как отмечалось в разделе 3.3, обратные связи могут быть положительными (ПОС) и отрицательными (ООС), кроме того - жесткими и гибкими.

На рис.8.4 представлена структурная схема системы с корректирующей обратной связью. Здесь W1(s), W2(s) представляют собой передаточные функции заданных частей регулятора, WОС(s) - передаточная функция корректирующей обратной связи, WОУ(s) - передаточная функция объекта управления.

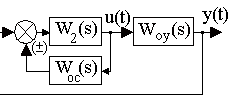
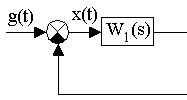


Рис.8.4. Структурная схема системы с корректирующей обратной связью

Передаточная функция регулятора с корректирующей обратной связью

, (8.7)

где знак “+” соответствует ООС, знак “−” - ПОС.

Коррекция местной обратной связью используется в системах автоматического управления наиболее часто. Корректирующая [обратная связь](#Обратная_связь) образует в системе внутренний контур помимо контура, образуемого главной обратной связью. В подавляющем большинстве случаев используются отрицательные корректирующие обратные связи, однако могут применяться также и положительные обратные связи, например в комбинированных системах с компенсацией динамических ошибок.

Отрицательная корректирующая обратная связь позволяет существенно ослаблять влияние изменения параметров элементов и их нелинейностей, входящих в местный контур. Поэтому местной обратной связью желательно охватывать те элементы корректируемой системы, которые в процессе работы могут изменять свои параметры и имеют высокие значения коэффициентов передачи.

Основными видами корректирующих обратных связей являются:

а) жесткая [обратная связь](#Обратная_связь) WОС(s) = kОС;

б) инерционная жесткая обратная связь WОС(s) = ;

в) гибкая обратная связь WОС(s) = kОС s;

г) инерционная гибкая обратная связь WОС(s) = .

Возможны и более сложные передаточные функции корректирующих обратных связей.

В динамическом отношении обратные связи оказывают самое различное действие.

Проиллюстрируем на примерах основные свойства обратных связей WОС(s) при охвате ими различных типов звеньев WОХВ(s) (рис.8.5).

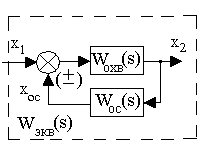


Рис. 8.5. Структурная схема обратной связи

**Жесткая обратная связь** WОС(s) = kОС**.**

1. Охватывает безынерционное звено WОХВ(s)=k.

Тогда эквивалентная передаточная функция будет

,

где kЭ  - эквивалентный коэффициент передачи.

При ООС kЭ<k ; при ПОС kЭ>k.

Если при ПОС kkОС=1, то kЭ→∞ , такой элемент представляет собой реле.

Следовательно, положительная [обратная связь](#Обратная_связь) может служить для увеличения коэффициента передачи.

1. Охватывает апериодическое звено первого порядка

.

Тогда эквивалентная передаточная функция будет

,

где kЭ  - эквивалентный коэффициент передачи;

TЭ  - эквивалентная постоянная времени.

При ООС  и  .

Следовательно, отрицательная жесткая обратная связь уменьшает инерционность звена. Тем самым она оказывает стабилизирующее действие и улучшает качество переходного процесса в системе. Уменьшение же коэффициента передачи может быть скомпенсировано за счет других звеньев системы.

При ПОС  и .

Следовательно, положительная жесткая обратная связь может служить для увеличения коэффициента передачи. Но одновременно с этим увеличивается и постоянная времени, т.е. инерционность звена, а при kkОС>1 звено становится неустойчивым.

3. Охватывает интегрирующее звено .

Тогда эквивалентная передаточная функция будет

,

где kЭ  - эквивалентный коэффициент передачи;

TЭ  - эквивалентная постоянная времени.

При ООС  и .

Следовательно, под действием отрицательной жесткой обратной связи интегрирующее звено превращается в апериодическое с коэффициентом передачи целиком определяемым обратной связью. Такую связь необходимо использовать в тех случаях, когда требуется понизить степень астатизма, т.е. исключить в системе влияние интегрирующего звена. При ПОС звено теряет устойчивость.

**Инерционная жесткая обратная связь** WОС(s) = **.**

При охвате ею безынерционного звена WОХВ(s)=k получаем

,

где kЭ  - эквивалентный коэффициент передачи;

TЭ  - эквивалентная постоянная времени.

При ООС  и .

Следовательно, в этом случае безынерционное звено превращается в интегро-дифференцирующее звено. Инерционное запаздывание в обратной связи (в отличие от такового в прямой цепи) целесообразно использовать для улучшения качества переходных процессов, получая эффект, аналогичный введению производной в прямой цепи. Отсюда вытекает и хорошее влияние инерционной жесткой обратной связи на качество переходного процесса в системе в целом.

Положительная инерционная жесткая обратная связь обычно не используется.

**Гибкая обратная связь** WОС(s) = kОС s.

При охвате ею апериодического звена первого порядка  получаем

,

где kЭ  - эквивалентный коэффициент передачи;

TЭ  - эквивалентная постоянная времени.

При ООС kЭ=k и TЭ=T+kkОС, если ПОС, то kЭ=k иTЭ=T−kkОС.

Таким образом, гибкая обратная связь изменяет только инерционность звена, причем для ООС эквивалентная постоянная времени увеличивается.

**Инерционная гибкая обратная связь** WОС(s) = ****.

При охвате ею интегрирующего звена  получаем

,

где kЭ  - эквивалентный коэффициент передачи;

TЭ  - эквивалентная постоянная времени.

При ООС  и ,

при ПОС  и .

Следовательно, охват интегрирующего звена инерционной гибкой обратной связью эквивалентен последовательному включению интегро-дифференцирующего звена. При отрицательной инерционной гибкой обратной связи и большом коэффициенте передачи k интегрирующее звено приближенно становится изодромным.

Способ коррекции местной обратной связью позволяет наилучшим образом скорректировать динамические свойства системы по сравнению со способами коррекции с помощью последовательных и параллельных корректирующих устройств.

Динамические свойства линейных систем при введении корректирующих устройств различного вида могут быть сделаны одинаковыми. Следовательно, включение любого типа корректирующего устройства может обеспечить требуемое качество работы системы. В этом случае передаточные функции регуляторов с последовательной коррекцией (8.5), параллельной коррекцией (8.6) и местной обратной связью (8.7) должны быть одинаковыми, т.е.

WR1(s) = WR2(s) = WR3(s). (8.8)

Отсюда следует формула перехода от передаточной функции корректирующего устройства одного вида к передаточной функции эквивалентного корректирующего устройства другого вида

W2(s)WПКУ(s) = W2(s)+W⎢⎢КУ(s) = . (8.9)

Использование того или иного вида корректирующих устройств, т.е. последовательных звеньев, параллельных звеньев или обратных связей, определяется удобством технической реализации.

**26. Синт****ез систем авто****матического управления(КРАСНЫМ ВЫДЕЛИЛА ЧТО ТОЧНО НУЖНО, ОСТАЛЬНОЕ НЕ ЕБУ)**

Синтез системы управления представляет собой направленный расчет системы, имеющий конечной целью, во-первых, отыскание рациональной структуры системы и, во-вторых, определение оптимальных значений параметров ее отдельных звеньев из условия обеспечения ряда требований, которые следуют из назначения проектируемой системы и обеспечения ее характеристик.

Синтез можно трактовать как задачу оптимизации и рассматривать такое построение системы управления, при котором для заданных условий работы обеспечивается оптимум выбранного критерия качества работы системы.

Если характеристики задающих и возмущающих воздействий известны, то систему можно спроектировать как оптимальную, обеспечив минимальное значение суммарной среднеквадратической ошибки. Решить эту задачу позволяет теория оптимальных фильтров Н.Винера и Р.Калмана.

Наиболее общей является постановка задачи достижения минимума функционала

 (8.10)

где vx(t) - квадратичная форма относительно ошибки системы;

vu(t) - квадратичная форма относительно управляющего воздействия;

T - время работы системы.

Первая квадратичная форма в (8.10) выбирается из требований к точности проектируемой системы, а вторая учитывает ограничения на управляющее воздействие u(t). При этом из допустимого множества u(t) необходимо выбрать и технически реализовать такое управляющее воздействие, которое переводит объект управления из начального состояния в конечное и минимизирует функционал (8.10). Для решения таких задач используются методы вариационного исчисления, принцип максимума Л.С.Понтрягина, метод динамического программирования Р.Белмана. Здесь возможны два случая, во-первых, полностью известна информация о состоянии объекта управления, во-вторых, информация об объекте управления неполная или вообще неизвестна. Во втором случае при синтезе системы возникает дополнительная задача оценки состояния объекта управления, на основании которой формируется оптимальное управляющее воздействие.

Синтез можно трактовать как инженерную задачу, сводящуюся к такому построению системы управления, при котором обеспечивается выполнение технических требований к ней. Один из возможных способов описания требований к проектируемой системе - задание показателей качества работы системы, рассмотренных в разделе 6. Это может быть сделано, если известны характеристики задающих и возмущающих воздействий. Детерминированные воздействия должны быть заданы как функции времени или их производные. Для случайных воздействий должны быть известны их корреляционные функции или спектральные плотности. При такой постановке синтез системы сводится к выбору структурной схемы, с помощью которой можно обеспечить показатели качества работы системы не хуже заданных.

Иногда в понятие инженерного синтеза вкладывается еще более узкий смысл и рассматривается синтез, имеющий целью определение вида и параметров корректирующих средств, которые необходимо добавить к неизменной части системы - объекту управления с регулятором, чтобы обеспечить требуемые динамические качества. Обеспечение необходимого качества управления достигается выработкой вполне определенного закона управления u(t). Для этого необходимо, чтобы при известной передаточной функции объекта управления WОУ(s) регулятор имел определенную передаточную функцию WR(s) и, соответственно, передаточная функция разомкнутой системы должна быть W(s) = WR(s)WОУ(s).

При инженерном синтезе системы управления необходимо обеспечить, во-первых, требуемую точность, во-вторых, приемлемый характер переходных процессов.

**Частотный метод синтеза корректирующих устройств.** Наиболеераспространенчастотный метод синтеза с помощью логарифмических частотных характеристик. Логарифмическая амплитудная частотная характеристика разомкнутой системы управления однозначно определяется ее передаточной функцией и соответственно наоборот, логарифмической амплитудной частотной характеристике однозначно соответствует передаточная функция разомкнутой системы. Следовательно, на основе требований, предъявляемых к системе можно сформировать желаемый вид ЛАХ, которой будет соответствовать требуемая передаточная функция системы и закон управления. На основе этой взаимосвязи и построен метод синтеза систем автоматического управления по логарифмическим частотным характеристикам.

Процесс синтеза системы управления включает в себя следующие пункты.

1. Построение располагаемой ЛАХ LР(ω). Под располагаемой ЛАХ понимается характеристика исходной системы, состоящей из объекта управления и регулятора и не снабженной корректирующими средствами, обеспечивающими требуемое качество работы. Располагаемая ЛАХ LР(ω) строится по виду располагаемой передаточной функции WР(s) исходной разомкнутой системы.

*Замечание:* при построении располагаемой ЛАХ обычно значение общего коэффициента передачи разомкнутой системы koбщ выбирается на основании требований, предъявляемых к точности системы управления (см. п.2).

2. Построение желаемой ЛАХ Lж(ω). Желаемая логарифмическая амплитудная частотная характеристика формируется исходя из заданных требований к системе по точности и качеству переходного процесса. Точность задается значениями установившихся ошибок, а качество переходного процесса - величиной перерегулирования и временем регулирования.

Построение желаемой ЛАХ производится по частям.

*Низкочастотная часть желаемой ЛАХ* формируется из условия обеспечения требуемой точности работы системы управления в установившемся режиме, то есть из условия того, что установившаяся ошибка системы x(∞) не должна превышать заданное значение Δ3 (x(∞)≤Δ3).

Требования точности системы формулируются по разному. В системах управления величина установившейся ошибки зависит от общего коэффициента передачи разомкнутой системы и вида задающего воздействия.

Для систем стабилизации при постоянном задающем воздействии g(t)=g0=const установившаяся ошибка xg(∞) = g0/(1+ koбщ).

Откуда желаемое значение общего коэффициента передачи разомкнутой системы

koбщ ≥  − 1. (8.11)

Таким образом, низкочастотная часть желаемой ЛАХ должна иметь наклон 0 дб/дек и проходить не ниже точки с координатами: ω=1 c-1, L(1)=20lg koбщ [дб].

Если требуется обеспечить слежение за задающим воздействием g(t)=g1t при g1=const, то установившаяся ошибка xg(∞) = g1/koбщ .

Отсюда находим желаемое значение

koбщ ≥ . (8.12)

Таким образом, низкочастотная часть желаемой ЛАХ должна иметь наклон −20 дб/дек и проходить не ниже точки с координатами: ω=1 c-1, L(1)=20lg koбщ [дб].

При отработке гармонического задающего воздействия g(t)=gmsinωkt точность оценивается по величине амплитуды ошибки, вычисляемой по выражению (6.15).

В этом случае модуль желаемой частотной передаточной функции разомкнутой системы на частоте качки ωk  должен удовлетворять условию

. (8.13)

Таким образом, низкочастотная часть желаемой ЛАХ должна иметь наклон −20 дб/дек и проходить не ниже точки AК (рис.8.6) с координатами: ωk [c-1], LK=L(ωk) = 20lgA(ωk ) [дб].

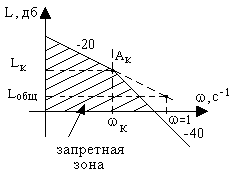


Рис. 8.6. Запретная область для желаемой ЛАХ

Для определения общего коэффициента передачи разомкнутой системы koбщ по низкочастотной части желаемой ЛАХ находят амплитуду Lобщ на частоте ω=1 с-1, тогда

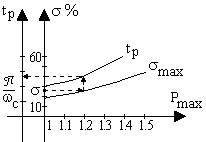
. (8.14)

Часто точный закон изменения задающего воздействия неизвестен, а заданы только максимальная скорость  и максимальное ускорение  задающего воздействия. В этом случае при расчете используют эквивалентное гармоническое воздействие, наибольшее значение первой производной которого равно заданному максимальному значению скорости, а наибольшее значение второй производной − максимальному значению ускорения. Тогда частота качки ωk  и амплитуда эквивалентного гармонического воздействия определяются по формулам:

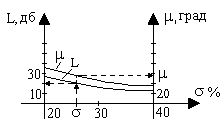
  (8.15)

Если скорость задающего воздействия максимальная, а ускорение убывает, то точка AК (рис.8.6) будет двигаться по прямой с наклоном −20дб/дек в диапазоне частот ω<ωk. Если же ускорение равно максимальному, а скорость убывает, то точка AК двигается по прямой с наклоном −40дб/дек в диапазоне частот ω>ωk. Область, расположенная ниже точки AК  и двух прямых с наклоном −20дб/дек и −40дб/дек, представляет собой запретную область для желаемой логарифмической амплитудной частотной характеристики системы.

*Среднечастотный участок желаемой ЛАХ* строится из условия обеспечения основных показателей качества переходного процесса - перерегулирования и времени регулирования. Это достигается тем, что среднечастотный участок желаемой ЛАХ (рис.8.8) имеет наклон −20 дб/дек (см. раздел 5.6) и пересекает ось частот на частоте среза ωс, которая определяется по номограмме В.В.Солодовникова (см. раздел 6.4), исходя из заданных значений величины перерегулирования σ и времени регулирования tр.



а)



б)

Рис. 8.7. Номограммы В.В.Солодовникова

По номограмме (рис.8.7,а), отложив заданную величину σ (например, 25%), определяем величину tр (как показано стрелками), например,

.

Поскольку требуемое значение tр задается, можно вычислить необходимую частоту среза

. (8.16)

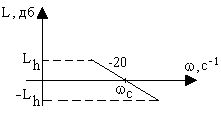


Рис. 8.8. Среднечастотный участок желаемой ЛАХ

Протяженность среднечастотного участка определяется номограммой (рис.8.7,б), устанавливающей связь между показателями качества и запасами устойчивости. Так, например, для обеспечения σ=25% требуется запас устойчивости по модулю Lh=20 дб и по фазе μ=580. Среднечастотный участок проводится с наклоном −20 дб/дек влево и вправо от частоты среза ωс до достижения модулей, равных Lh и −Lh. После этого участки средних и низких частот сопрягаются прямой с наклоном −40 или −60 дб/дек, как удобнее.

*Высокочастотный участок желаемой ЛАХ* проводится параллельно высокочастотному участку располагаемой ЛАХ. Область высоких частот содержит те сопрягающие частоты, пренебрежение которыми не изменяет существенного вида ЛЧХ системы в области средних частот. Можно считать, что “малыми” параметрами, не влияющими существенно на динамику системы, являются постоянные времени, удовлетворяющие условиям

. (8.17)

3. Определение передаточных функций Wж(s) желаемой разомкнутой системы и Фж(s) желаемой замкнутой системы. Желаемая передаточная функция разомкнутой системы Wж(s) находится по виду желаемой ЛАХ Lж(ω), а желаемая передаточная функция замкнутой системы Фж(s) определяется по методике, изложенной в разделе 4.1. Затем строятся фазовая частотная характеристика желаемой разомкнутой системы и переходная характеристика желаемой замкнутой системы и оцениваются фактически получающиеся величины запасов устойчивости и качественные показатели системы. Если полученные при этом показатели качества не превышают требуемых значений, определенных заданием, то построение желаемой ЛАХ считается законченным, иначе построенную желаемую ЛАХ необходимо скорректировать.

Если получившаяся величина перерегулирования превышает заданное значение, то требуется расширение среднечастотного участка желаемой ЛАХ.

Если время регулирования получается больше заданного, то необходимо увеличить частоту среза.

На рис.8.9, в качестве примера, приведены ЛАХ располагаемой Lр(ω) и ЛАХ желаемой Lж(ω) разомкнутой системы.

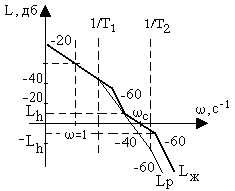


Рис. 8.9. ЛАХ располагаемой и желаемой разомкнутой системы

Здесь располагаемая передаточная функция разомкнутой системы

 (8.18)

и желаемая

, (8.19)

где koбщ=1000 с-1.

4. Определение вида и параметров корректирующего устройства.

*Расчет последовательных корректирующих устройств.*

В случае выбора последовательного корректирующего устройства желаемая передаточная функция разомкнутой системы имеет вид

WЖ(s)= WПКУ(s)Wр(s), (8.20)

где WПКУ(s) - передаточная функция последовательного корректирующего устройства;

Wр(s) - передаточная функция располагаемой системы.

Тогда логарифмическая амплитудная частотная характеристика желаемой системы

Lж(ω) = Lр(ω) + LПКУ(ω). (8.21)

Следовательно, логарифмическая амплитудная частотная характеристика последовательного корректирующего устройства

LПКУ(ω) = Lж(ω) − Lр(ω). (8.22)

Выражение (8.22) показывает, что для определения последовательного корректирующего устройства необходимо:

а) по располагаемой передаточной функции Wр(s) построить ЛАХ располагаемой системы Lр(ω);

б) по заданным показателям качества построить ЛАХ желаемой системы Lж(ω);

в) вычесть из желаемой ЛАХ располагаемую ЛАХ, что позволит найти требуемую ЛАХ последовательного корректирующего устройства LПКУ(ω);

г) по виду ЛАХ последовательного корректирующего устройства LПКУ(ω) определить его передаточную функцию WПКУ(s) и схему.

На рис.8.10, в качестве примера, представлены ЛАХ располагаемой Lр(ω), ЛАХ желаемой Lж(ω) разомкнутой системы и ЛАХ последовательного корректирующего устройства LПКУ(ω).

В результате получаем

**.

**

Рис.8.10. ЛАХ располагаемой и желаемой разомкнутой системы

и последовательного корректирующего устройства

*Расчет корректирующих обратных связей.*

В случае выбора корректирующего устройства типа обратной связи желаемая передаточная функция разомкнутой системы имеет вид

WЖ(s) = , (8.23)

где WНЕОХВ(s) - передаточная функция звеньев располагаемой системы, неохваченных обратной связью;

WОХВ(s) - передаточная функция звеньев располагаемой системы, охватываемых обратной связью;

WОС(s) - передаточная функция корректирующей обратной связи.

Выбор обратных связей выполняется для тех диапазонов частот, для которых справедливо неравенство

⎜WОХВ(jω) WОС(jω)⎜>>1. (8.24)

В этом случае логарифмическая амплитудная частотная характеристика желаемой системы будет

LЖ(ω) = LНЕОХВ(ω) − LОС(ω). (8.25)

Следовательно, логарифмическая амплитудная частотная характеристика корректирующей обратной связи

LОС(ω) = LНЕОХВ(ω) − LЖ(ω). (8.26)

Выражение (8.26) показывает, что для определения корректирующей обратной связи необходимо:

а) по передаточной функции WНЕОХВ(s) звеньев располагаемой системы, не охваченных обратной связью, построить ЛАХ неохваченных звеньев LНЕОХВ(ω);

б) по заданным показателям качества построить ЛАХ желаемой системы LЖ(ω);

в) вычесть из ЛАХ неохваченных звеньев LНЕОХВ(ω) желаемую ЛАХ LЖ(ω), что позволит найти требуемую ЛАХ корректирующей обратной связи LОС(ω);

г) по виду ЛАХ корректирующей обратной связи LОС(ω) определить ее передаточную функцию WОС(s) и схему.

В случае необходимости последовательное корректирующее устройство или корректирующая обратная связь могут быть пересчитаны на эквивалентное параллельное корректирующее звено согласно выражению (8.9).

5. Техническая реализация корректирующих средств. По полученной передаточной функции необходимо создать реальное корректирующее устройство, которое реализуется аппаратно или программно. В случае аппаратной реализации требуется подобрать схему и параметры корректирующего звена. В литературе [7,10,12] имеются таблицы типовых корректирующих устройств как пассивных, так и активных.

На рис.8.11 приведена блок-схема алгоритма синтеза систем управления.



**27. Случайные процессы в СУ(ХЗ)**

Во многих случаях внешние воздействия, прикладываемые к системе, носят случайный характер, поэтому можно оценить только вероятность появления той или иной формы воздействий в тот или иной момент времени.

Примерами таких систем могут служить система автоматического регулирования напряжения электрического генератора, нагрузка которого определяется потребителями электрической энергии, автопилот, радиолокационная станция и т.д.

Поведение автоматических систем под влиянием случайных воздействий исследуется методами статистической динамики, базирующимися на теории вероятности.

Статистическая динамика системы управления - это поведение системы при случайных воздействиях. При этом рассматривается [модель](#Модель) системы, представленная на рис. 9.1.

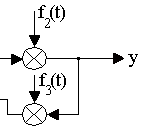
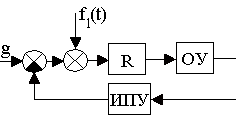


Рис. 9.1. Базовая структура модели системы:

ОУ - объект управления; R - регулятор;

ИПУ - измерительно-преобразовательное устройство;

g(t)=m(t)+n(t) - задающее воздействие;

m(t) - полезный сигнал;

n(t) - помеха; y(t) - управляемая величина;

f1(t) - внутренние шумы системы, приведенные к входу;

f2(t) - внешнее возмущение на объект управления,

приведенное к его выходу;

f3(t) - помехи канала обратной связи, приведенные

к входу измерительного устройства.

Задачей анализа системы, работающей в условиях помех, является исследование ее точности и определение ошибок, вызванных этими случайными помехами. Задачей синтеза системы в этом случае является минимизация ошибок, обусловленных полезным сигналом и помехами. С точки зрения наилучшего воспроизведения полезного сигнала система должна иметь возможно большую полосу пропускания, а с точки зрения наилучшего подавления помехи система, наоборот, должна иметь возможно меньшую полосу пропускания. Критерием получения оптимального решения здесь будет минимальное значение результирующей ошибки системы, определяемой полезным сигналом и помехой [1,6,8].

Для случайных величин наиболее просто определить среднеквадратичную ошибку, поэтому ее и используют для оценки точности автоматической системы.

Задачей синтеза оптимальной системы является нахождение ее передаточной функции, при которой суммарная средняя квадратическая ошибка минимальна.

Задача синтеза системы при заданной структурной схеме заключается в том, что при известных характеристиках полезного сигнала и помехи необходимо определить оптимальные значения параметров системы, при которых суммарная средняя квадратическая ошибка минимальна.

**9.2. Общие сведения о случайных процессах**

Случайная функция, зарегистрированная в той или иной форме по результатам опыта, называется реализацией случайной функции. Случайная функция x, для которой независимой переменной является время t, называется случайным или стохастическим процессом. Этот процесс можно отобразить в виде реализаций случайной функции (рис.9.2).

Случайный процесс не есть определенная кривая x(t), а является множеством кривых x(t), так же как случайная величина не имеет определенного значения, а является совокупностью (множеством) возможных значений.

Можно сказать, что случайный процесс есть такая функция времени, значение которой в каждый момент времени является случайной величиной.

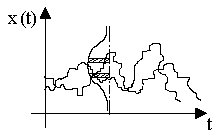


Рис. 9.2. Реализации случайного процесса

В случайном процессе нет определенной зависимости x(t). Каждая кривая множества (рис.9.2) является лишь отдельной реализацией случайного процесса. Никогда нельзя сказать заранее, по какой кривой пойдет процесс.

Чтобы судить о возможном характере протекания случайного процесса, введены вероятностные характеристики, основной из которых является закон распределения.

Закон распределения для непрерывных случайных функций задается в виде плотности вероятности *ω*(x), называемой дифференциальным законом распределения (рис.9.3).

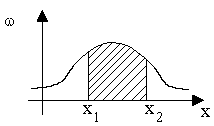


Рис. 9.3. Дифференциальный закон распределения

Выражение *ω*(x)dx означает вероятность того, что случайная величина содержится между x и x+dx:

. (9.1)

Вероятность того, что случайная величина содержится между значениями x1 и x2, определяется формулой

, (9.2)

что геометрически выражается заштрихованной площадью на рис.9.3.

Вся площадь под кривой *ω*(x) равна единице:

. (9.3)

Случайные процессы подразделяются на стационарные и нестационарные. Если закон распределения *ω*(x,t) не зависит от времени, то такой случайный процесс называется стационарным, в противном случае - нестационарным. В стационарном случайном процессе закон распределения один и тот же для каждого момента времени, т.е. *ω*(x,t)=*ω*(x).

Хотя закон распределения полностью определяет случайную величину, на практике используются более простые усредненные статистические характеристики случайной величины, выражающиеся в виде обыкновенных неслучайных чисел.

Статистический метод изучает не отдельную реализацию случайного процесса, а свойство всего множества в целом путем их усреднения. При этом используются следующие статистические характеристики.

Среднее по множеству значение случайной величины (математи-ческое ожидание)

. (9.4)

Среднее по множеству значение квадрата случайной величины

. (9.5)

Дисперсия

, (9.6)

где  - среднеквадратичное отклонение.

Для стационарных случайных процессов эти характеристики не зависят от времени t, в отличие от нестационарных случайных процессов.

Среднее значение случайного процесса представляет собой некоторую среднюю кривую, около которой группируются все возможные отдельные реализации этого процесса, а дисперсия или среднеквадратичное отклонение характеризуют рассеяние отдельных возможных реализаций процесса около этой средней кривой.

Кроме средних по множеству значений случайной величины определяют средние по времени значения для отдельной реализации случайного процесса.

Среднее значение по времени случайной величины x определяется на интервале времени T (рис.9.4)

. (9.7)

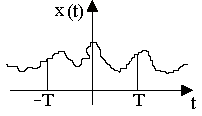


Рис. 9.4. Реализации случайного процесса

Среднее значение по времени квадрата случайной функции x

. (9.8)

Дисперсия

, (9.9)

где  - среднеквадратичное отклонение.

Стационарные случайные процессы обладают свойством эргодической гипотезы, в соответствии с которой для стационарного случайного процесса с вероятностью, равной единице, всякое среднее по множеству равно соответствующему среднему по времени, в частности

 (9.10)

и т.д.

Эргодическая гипотеза позволяет значительно упростить все расчеты и эксперименты. Она позволяет для определения статистических характеристик, вместо параллельного испытания многих однотипных систем в один и тот же момент времени, пользоваться одной кривой x(t), полученной при испытании одной системы в течение длительного времени.

Таким образом, важное свойство стационарного случайного процесса состоит в том, что отдельная его реализация на бесконечном промежутке времени полностью определяет собой весь случайный процесс со всеми бесчисленными возможными его реализациями.

Корреляционная функция. Начальный корреляционный момент двух значений случайной функции x(t) и x(t1), взятых в моменты времени t и t1, носит название корреляционной (автокорреляционной) функции. Корреляционная функция является универсальной характеристикой для случайного процесса. Она определяет зависимость случайной величины в последующий момент времени x(t1) от предыдущего значения x(t) в момент времени t. Это есть мера связи между ними.

В случае стационарного случайного процесса (рис.9.5) корреляционная функция R(τ) представляет собой среднее во времени значение за промежуток времени T→∞ от произведения случайных величин x(t) и x(t+τ), взятых в случайном процессе в любые два момента времени, отличающихся друг от друга на определенный промежуток времени τ

. (9.11)

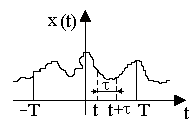


Рис. 9.5. Реализации случайного процесса

Для стационарного случайного процесса корреляционная функция определяет зависимость случайной величины x в последующий момент времени t+τ от предыдущего значения в момент t. Корреляционная функция имеет вид, представленный на рис.9.6. Чем менее инерционен объект наблюдения, тем быстрее убывает R(τ) с увеличением τ. Она постоянна для всех случайных процессов, подчиненных одинаковому закону распределения.

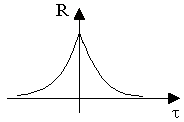


Рис. 9.6. Корреляционная функция случайного процесса

Основные свойства корреляционной функции стационарного случайного процесса [1].

Корреляционная функция является четной функцией, т.е. R(τ)=R(−τ).

При τ=0 корреляционная функция дает средний квадрат случайной величины:

. (9.12)

При τ→∞ имеем

R(∞) = (9.13)

Корреляционная функция суммы двух стационарных случайных процессов z(t)=x(t)+y(t) определяется как

, (9.14)

где ,  - взаимные корреляционные функции.

Они характеризуют взаимную связь двух случайных процессов между собой в разные моменты времени, отстоящие друг от друга на промежуток времени τ. При τ=0 будет =.

Для не связанных друг с другом случайных процессов для всех τ справедливы равенства =0 и =0 .

Спектральная плотность стационарного случайного процесса.

Представляет собой прямое преобразование Фурье от корреляционной функции

. (9.15)

Чтобы определить корреляционную функцию Rx(τ) по известной спектральной плотности Sx(ω) используется обратное преобразование Фурье

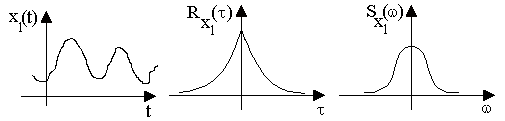
. (9.16)

Для τ=0 имеем

 . 9.17)

Последнее выражение представляет собой важное свойство спектральной плотности, заключающееся в том, что интегрирование ее по всем частотам от −∞ до +∞ дает средний квадрат исходной функции времени x(t).

По своему физическому смыслу спектральная плотность есть величина, которая пропорциональна средней мощности процесса в интервале частот от ω до ω+dω.



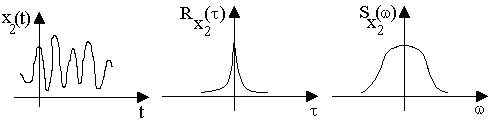


Рис. 9.7. Взаимосвязь между случайной функцией и ее характеристиками

Аналогично взаимным корреляционным функциям введено понятие взаимных спектральных плотностей:

; (9.18)

. (9.19)

Связь между случайной функцией, ее корреляционной функцией и спектральной плотностью приведена на рис.9.7.

**28. Оценка работы линейных автоматических систем при случайных стационарных воздействиях**

Оценить работу автоматических систем при сигналах внешних воздействий в виде стационарных случайных процессов можно с помощью корреляционных функций и спектральных плотностей.

Если задающее воздействие g(t) является случайным процессом, то выходная координата системы y(t) и ошибка воспроизведения x(t)=g(t)−y(t) представляют собой также случайные процессы.

Следовательно, при случайных воздействиях речь может идти об определении не мгновенных, а лишь некоторых средних значений выходной переменной системы и ошибки.

Такими средними значениями являются среднее значение квадрата выходной переменной системы

 (9.20)

и квадрата ошибки

. (9.21)

Эти величины можно найти через их корреляционные функции и спектральные плотности

; (9.22)

. (9.23)

Следовательно, для исследования статистической точности автоматических систем необходимо вычисление корреляционных функций Ry(τ), Rx(τ) и спектральных плотностей Sy(ω), Sx(ω) переменной на выходе системы y и ошибки x по известной корреляционной функции Rg(τ) и спектральной плотности Sg(ω) случайного входного воздействия.

Для установления взаимосвязи между корреляционными функциями переменных входа и выхода системы, а также взаимосвязи между их спектральными плотностями используется известное интегральное уравнение (интеграл Дюамеля), на основании которого

, (9.24)

где wy(t) - весовая или импульсная функция замкнутой системы по задающему воздействию g(t);

λ - вспомогательное время интегрирования.

Тогда корреляционная функция выходной величины

, (9.25)

а спектральная плотность, определяемая как прямое преобразование Фурье от корреляционной функции, имеет вид

Sy(ω)=F[Ry(τ)]. (9.26)

Выполнив необходимые преобразования получаем [1]

Sy(ω) = ⎜Фg(jω)⎜2⋅Sg(ω), (9.27)

где Фg(jω) - частотная передаточная функция замкнутой системы по задающему воздействию.

Таким образом, спектральная плотность выходной координаты системы может быть получена умножением спектральной плотности входной величины на квадрат модуля частотной передаточной функции замкнутой системы по задающему воздействию.

Аналогично получается выражение для спектральной плотности ошибки

Sx(ω)=F[Rx(τ)]=⎜Фxg(jω)⎜2⋅Sg(ω), (9.28)

где Фxg(jω) - частотная передаточная функция замкнутой системы по ошибке относительно задающего воздействия.

Выражения (9.27) и (9.28) устанавливают связь между спектральными плотностями Sy(ω), Sx(ω) переменной на выходе системы y и ошибки x со спектральной плотности Sg(ω) случайного входного воздействия.

Тогда средние значения квадрата выходной величины системы и ошибки определяются как

; (9.29)

. (9.30)

При действии на систему независимых друг от друга задающего и возмущающего воздействий g(t) и f(t) спектральная плотность ошибки системы будет

Sx(ω) = ⎜Фxg(jω)⎜2 Sg(ω) + ⎜Фxf(jω)⎜2 Sf(ω), (9.31)

где Фxf(jω) - частотная передаточная функция замкнутой системы относительно точек входа помехи f(t) и ошибки x(t);

Sf(ω) - спектральная плотность сигнала помехи f(t).

Суммарная ошибка системы в этом случае будет характеризоваться выражением

. (9.32)

Таким образом оценивается работа линейных автоматических систем при случайных стационарных воздействиях.

*Пример.* Передаточная функция разомкнутой системы автоматического управления имеет вид

,

где k - общий коэффициент передачи разомкнутой цепи;

T1 и T2 - постоянные времени.

На входе системы действует полезный регулярный сигнал m(t)=m1⋅t и помеха n(t), представляющая собой белый шум со спектральной плотностью Sn(ω)=c2=const.

Оценить ошибку системы.

Решение. Установившееся значение ошибки от полезного сигнала

xm = .

Средний квадрат случайной ошибки, вызванной помехой на входе, равен среднему квадрату выходной величины системы от помехи и определяется



Из полученных выражений следует, что увеличение общего коэффициента передачи разомкнутой цепи системы k с одной стороны ведет к уменьшению установившегося значения ошибки системы от полезного сигнала, однако, с другой стороны для уменьшения среднего квадрата случайной ошибки, вызванной помехой на входе, необходимо, чтобы значение общего коэффициента передачи разомкнутой цепи системы k было минимально.

Оптимальное значение общего коэффициента передачи системы k определяется путем минимизации среднего квадрата суммарной ошибки

( x2m  +.

**29. Дискретны****е и нелинейные системы автоматического управления**

Дискретные системы - системы, в состав которых, помимо типовых динамических звеньев, входят одно или несколько звеньев, производящих квантование непрерывного сигнала в дискретный. Это или импульсный, или релейный элемент, или цифровое устройство.

К дискретным системам относятся импульсные, релейные и цифровые. В импульсных системах производится квантование сигнала по времени, в релейных - по уровню, в цифровых - по времени и по уровню.

Импульсная система состоит из импульсных элементов (одного или нескольких) и непрерывных частей, содержащих типовые динамическое звенья. Импульсные элементы, производящие квантование (прерывание) сигнала по времени, позволяют получать весьма большие коэффициенты усиления по мощности. Кроме того, при импульсном режиме уменьшается расход потребляемой энергии системы. Примерами импульсных систем могут служить системы радио и оптической локации, системы с частотными датчиками и др.

Релейные системы автоматического управления можно отнести, как и импульсные, к системам прерывистого действия, но их существенное отличие от импульсных состоит в том, что релейные системы по своему принципу являются нелинейными системами. В релейных системах моменты времени, в которые происходит замыкание и размыкание системы, заранее неизвестны; они определяются внутренними свойствами самой системы. Этим обусловливаются основные особенности динамики процессов регулирования в релейных системах. Благодаря простоте реализации и приемлемому качеству работы релейные системы получили широкое распространение в бытовой технике, например, системы регулирования температуры в холодильниках или нагрева электрического утюга и др.

К цифровым системам относятся системы автоматического управления и регулирования, в замкнутый контур которых включается цифровое вычислительное устройство, что позволяет реализовать сложные алгоритмы управления. Включение цифрового вычислительного устройства в контур системы управления сопряжено с преобразованием непрерывных величин в дискретные на входе и с обратным преобразованием на выходе. При достаточно высокой тактовой частоте работы вычислительного устройства (по сравнению с инерционностью системы) во многих случаях можно производить расчет цифровой системы в целом как непрерывной, а достаточно большое числе разрядов (8÷16) преобразователей непрерывной величины в дискретную и дискретной в непрерывную позволяет во многих случаях пренебрегать нелинейностью операции квантования сигнала по уровню. В общем случае цифровая система автоматического управления является нелинейной дискретной системой. Примерами цифровых систем служат системы, содержащие в своем составе компьютеры, разнообразные микропроцессорные системы управления и т.д.

Дискретные системы имеют большое значение в современной технике.

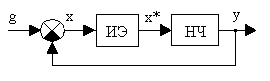


Рис. 1.1. Функциональная схема импульсной системы:

ИЭ - импульсный элемент; НЧ - непрерывная часть

В импульсной системе импульсный элемент преобразует непрерывно изменяющуюся величину в последовательность модулированных импульсов (рис. 1.2).

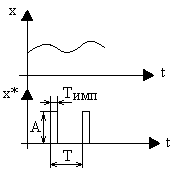


Рис. 1.2.Временные диаграммы изменения сигналов на входе x и

выходе x\* импульсного элемента

Строго говоря, линейных систем в природе не существует, так как характеристики реальных устройств нелинейные и некоторые из них не могут быть линеаризованы, например, характеристика логического элемента. Кроме того, есть системы, например, релейные, адаптивные, в которых принципиально необходимо учитывать нелинейности.

*Нелинейной системой* называется такая система, в состав которой входит хотя бы одно звено, описываемое нелинейным уравнением. Такое звено называется нелинейным звеном или нелинейным элементом.

Уравнение является нелинейным, если некоторые координаты или их производные по времени входят в уравнение в виде произведений или степени, отличной от первой, а также если коэффициенты уравнения являются функциями некоторых координат или их производных.

При составлении дифференциальных уравнений нелинейных систем сначала составляют дифференциальные уравнения для каждого устройства системы. При этом характеристики устройств, допускающих линеаризацию, линеаризуются. В результате получают систему дифференциальных уравнений, в которой одно или несколько уравнений нелинейные. Устройства, допускающие линеаризацию, образуют линейную часть системы, а устройства, которые не могут быть линеаризованы, составляют нелинейную часть.

Путем эквивалентного преобразования структурных схем и нелинейных звеньев большое число нелинейных систем можно представить в виде замкнутого контура с последовательным включением нелинейного элемента (НЭ) и линейной части (ЛЧ), как показано на рис. 2.1.

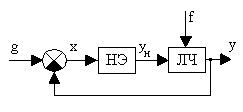


Рис. 2.1. Функциональная схема нелинейной системы:

НЭ - нелинейный элемент; ЛЧ - линейная часть

**30. Виды и особенности нелинейных систем**

*Классификация нелинейных элементов и систем*. Нелинейные звенья классифицируются по статическим и динамическим характеристикам, так как в системах чаще всего нелинейности приходится учитывать в виде характеристик. Эти характеристики могут быть как однозначными, так и двузначными (петлевыми), симметричными и несимметричными относительно начала координат.

Различают следующие основные типы нелинейных звеньев.

*Нелинейные звенья с гладкими криволинейными характеристи*ка*ми*. Примеры таких характеристик приведены на рис. 2.2.

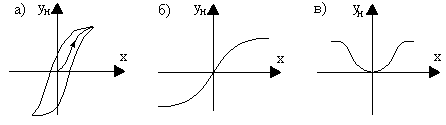


Рис. 2.2. Гладкие криволинейные характеристики:

а - гистерезисная; б, в - усилительные

На рис. 2.2,а изображена двузначная гистерезисная (запаздывающая) характеристика. Характеристика (рис. 2.2,б) отображает насыщение или ограничение и соответствует реальному амплитудному усилителю, а характеристика (рис. 2.2,в) - реальному усилителю мощности. Характеристики (рис. 2.2,а и б) −нечетно-симметричные, а характеристика (рис. 2.2,в) − четно-симметричная.

*Нелинейные звенья с кусочно-линейными характеристиками*. Некоторые из таких характеристик представлены на рис. 2.3.

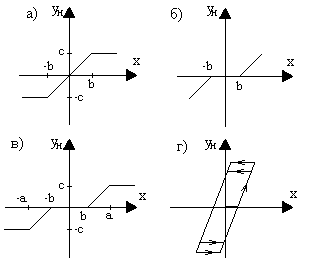


Рис. 2.3. Кусочно-линейные характеристики:

а - с насыщением; б - с зоной нечувствительности;

в - с насыщением и зоной нечувствительности; г - люфт

Характеристика (рис. 2.3,а) отображает насыщение, характеристика (рис. 2.3,б) − зону нечувствительности, а характеристика (рис. 2.3,в) соответствует звену, обладающему одновременно зоной нечувствительности и насыщением. Характеристика (рис. 2.3,г) позволяет учесть люфт или зазор кинематической передачи.

*Релейные звенья* − это элементы, которые на своем выходе выдают конечное число фиксированных значений. Три наиболее типовые релейные характеристики изображены на рис. 2.4.

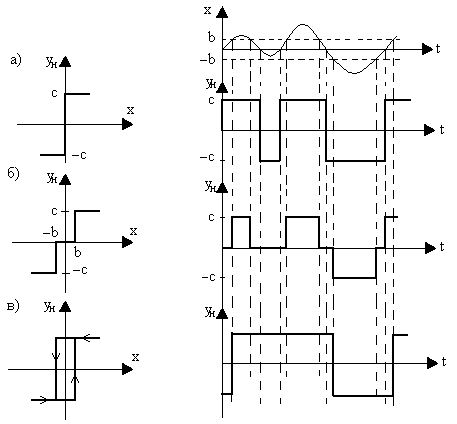


Рис. 2.4. Релейные характеристики:

а - идеальная; б - с зоной нечувствительности; в - гистерезисная

Характеристика (рис. 2.4,а) соответствует идеальному двухпозиционному реле, характеристика (рис. 2.3,б) − трехпозиционному реле с зоной нечувствительности, а характеристика (рис. 2.3,в) − двухпозиционному поляризованному реле.

Кроме того, на рис. 2.4 показано прохождение непрерывного сигнала через соответствующие типы реле. Откуда следует, что коэффициент передачи реле зависит от величины входного воздействия.

Для улучшения динамических свойств систем специально созданы нелинейные звенья с опережающими двузначными статическими характеристиками.

Часто встречаются элементы с несимметричными относительно начала координат статическими характеристиками.

*Нелинейные* *вычислительные звенья*, например, множительное, логическое звено и другие.

Различают *статические* и *динамические* нелинейности. Первые представляются в виде нелинейных статических характеристик, а вторые - в виде нелинейных дифференциальных уравнений.

Нелинейные системы обычно классифицируются в соответствии с видом входящих в них нелинейных звеньев.

*Особенности нелинейных систем*.

1. Выходная величина нелинейной системы непропорциональна входному воздействию; форма реакции системы зависит от величины входного воздействия.

2. Характер процессов в нелинейной системе зависит от величины начального отклонения, вызванного возмущением. В связи с этим для нелинейных систем существуют понятия об устойчивости «в малом», «в большом», «в целом».

Система устойчива «в малом», если она устойчива при малых (бесконечно малых) начальных отклонениях. Система устойчива «в большом», если она устойчива при больших (конечных по величине) начальных отклонениях. Система устойчива «в целом», если она устойчива при любых больших (неограниченных по величине) начальных отклонениях.

3. Для нелинейных систем характерен режим незатухающих периодических колебаний с постоянной амплитудой и частотой (автоколебаний), возникающий в системах при отсутствии периодических внешних воздействий.

4. При затухающих колебаниях переходного процесса в нелинейных системах происходит изменение периода колебаний.